

**Тестовое задание для диагностического тестирования по дисциплине:**

*Вариационное исчисление и интегральные уравнения, 7 семестр*

Код, направление подготовки	01.03.02, Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль)	Прикладная математика и информатика
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Кафедра прикладной математики
Выпускающая кафедра	Кафедра прикладной математики

Проверяемая компетенция	Задание	Варианты ответов	Тип сложности вопроса	Кол-во баллов за правильный ответ
ОПК-1.1	1. Укажите выражение для первой вариации функционала $J$ .	1) $\left. \frac{dJ}{d\alpha} \right _{\alpha=0} \alpha$ 2) $\frac{dJ}{d\alpha}$ 3) $J(y + \alpha h)$ 4) $J^2(0)\alpha^2$	низкий	2
ОПК-1.1	2. Укажите уравнение Эйлера.	1) $1) F_y - \frac{d}{dx} F_y = 0$ 2) $2) F - \frac{d}{dx} F_y = 0$ 3) $3) F_y - \frac{d}{dx} F_{y'} = 0$ 4) $4) F_{y'} - \frac{dF}{dx} = 0$	низкий	2
ОПК-1.1	3. Укажите уравнение Эйлера в случае, когда функция $F$ не зависит от $y'$ .	1) $F_y = 0$ 2) $\frac{d}{dx} F_y = 0$ 3) $\frac{dF}{dx} = 0$ 4) $F_{y'} = 0$	низкий	2
ОПК-1.1	4. Заполните пропуск: Уравнение $\int_a^b K(x, t)\varphi(t)dt = f(x)$ является интегральным уравнением [[_____]].	1) Вольтерра 2) Фредгольма 3) Эйлера 4) Лагранжа	низкий	2
ОПК-1.1	5. Заполните пропуск: Необходимым условием экстремума функционала является обращение	1) второй вариации 2) значения 3) аргумента 4) первой вариации	низкий	2

	[[_____]] функционала в нуль.			
ОПК-1.1	6. Из перечисленных уравнений выберите все интегральные уравнения Вольтерра.	1) $\int_{\pi}^x (x+t)\varphi^2(t)dt = 0$ 2) $\int_0^{\pi} (x^2 - t^2)\varphi(t)dt = x^3$ 3) $\int_0^x xt\varphi(t)dt = x$ 4) $\varphi(x) + \int_{-1}^x \sin(x-t)\varphi(t)dt = \cos x$	средний	5
ОПК-1.1	7. Из перечисленных уравнений выберите все интегральные уравнения Фредгольма.	1) $\int_e^x (x+t)^3\varphi(t)dt = 1$ 2) $\int_0^4 (x-2t)\varphi(t)dt = x+1$ 3) $\varphi(x) - \int_{-1}^1 \cos(xt)\varphi(t)dt = 2\cos x$ 4) $\int_0^{2\pi} xt^2\varphi^3(t)dt = 1-x$	средний	5
ОПК-1.1	8. Выберите все правильные утверждения.	1) если функция доставляет функционалу сильный экстремум, то она доставляет и слабый экстремум 2) если функция доставляет функционалу слабый экстремум, то она доставляет и сильный экстремум 3) достаточное условие слабого экстремума является достаточным условием сильного экстремума 4) необходимое условие слабого экстремума является необходимым условием сильного экстремума	средний	5
ОПК-1.1	9. Укажите формулу для нахождения решения уравнения Фредгольма 2-го рода при помощи резольвенты.	1) $\varphi(s) = \lambda \int_a^b R(s,t;\lambda)f(t)dt$ 2) $\varphi(s) = R(s,t;\lambda) + \lambda \int_a^b R(s,t;\lambda)f(t)dt$ 3)	средний	5

		$\varphi(s) = f(s) + \lambda \int_a^b R(s, t; \lambda) f(t) dt$ 4) $\varphi(s) = f(s) + \lambda \int_a^b R(s, t; \lambda) \varphi(t) dt$		
ОПК-1.1	10. Укажите уравнение Остроградского.	1) $F_u - \frac{d}{dx} F_{u_x} = 0$ 2) $F_u - \frac{\partial}{\partial x} F_{u_x} - \frac{\partial}{\partial y} F_{u_y} = 0$ 3) $F - \frac{\partial}{\partial x} F_u - \frac{\partial}{\partial y} F_u = 0$ 4) $F_u - \frac{\partial}{\partial x} F_{u_y} - \frac{\partial}{\partial y} F_{u_x} = 0$	средний	5
ОПК-1.1	11. Укажите граничное условие в задаче вариационного исчисления со свободным концом. Считается, что свободен конец кривой в точке $x = 0$ .	1) $F_{y'} _{x=0} = 0$ 2) $F_y _{x=0} = 0$ 3) $F _{x=0} = 0$ 4) $F_x _{x=0} = 0$	средний	5
ОПК-1.1	12. Заполните пропуск: Число $\lambda$ называется характеристическим значением уравнения: $\varphi(s) = \lambda \int_a^b K(s, t) \varphi(t) dt,$ если это уравнение имеет [[_____]].	1) только нулевое решение 2) единственное решение 3) ненулевые решения 4) линейно зависимые решения	средний	5
ОПК-1.1	13. Заполните пропуск: Условие Якоби и усиленные условия Лежандра являются [[_____]] экстремума.	1) достаточными условиями слабого 2) достаточными условиями сильного 3) необходимыми условиями слабого 4) необходимыми условиями сильного	средний	5
ОПК-1.1	14. Соотнесите интегральным уравнениям их тип.	1) $\varphi(s) = \int_a^b K(s, t) \varphi(t) dt$ 2) $\int_a^b K(s, t) \varphi(t) dt = f(s)$ 3) $\varphi(s) = \int_a^s K(s, t) \varphi(t) dt + f(s)$ 4) $\int_a^s K(s, t) \varphi(t) dt = 0$ а) однородное уравнение Фредгольма 2-го рода б) неоднородное уравнение Вольтерра 2-го рода с) однородное уравнение Вольтерра 1-го рода	средний	5

		d) неоднородное уравнение Фредгольма 1-го рода		
ОПК-1.1	15. Укажите значение функционала: $J(y) = \int_{-\pi}^{\pi} (y'' + x^2 y) dx$ для функции $y(x) = \sin x$ .		средний	5
ОПК-1.1	16. Выберите все верные утверждения об интегральных уравнениях Фредгольма 2-го рода.	1) любое уравнение имеет единственное решение 2) характеристические значения являются полюсами резольвенты 3) однородное уравнение не имеет решений 4) резольвента является мероморфной функцией	высокий	8
ОПК-1.1	17. Из перечисленных функций выберите все, которые являются экстремалами функционала: $J(y) = \int_0^1 (y'^2 + x^2) dx$	1) $y = 2x + 1$ 2) $y = 2 - x$ 3) $y = 2x^2 + 1$ 4) $y = 3 - x^3$	высокий	8
ОПК-1.1	18. Из перечисленных функций выберите все, которые являются экстремалами функционала: $J(y) = \int_0^{\pi} (y'^2 + y^2) dx$	1) $y = \operatorname{sh} x$ 2) $y = \sin x$ 3) $y = \operatorname{ch} x$ 4) $y = \cos x$	высокий	8
ОПК-1.1	19. Выберите все числа, которые не являются характеристическими значениями ядра $K(s, t) = st$ на отрезке $[0, 1]$ .	1) 1 2) 2 3) 3 4) 4	высокий	8
ОПК-1.1	20. Найдите значение решения задачи: $J(y) = \int_0^{\pi} (y'^2 - y^2 + x^p) dx$ $\rightarrow \text{extr}$ $y(0) = 1, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ в точке $x = \frac{\pi}{3}$ .		высокий	8