Тестовое задание для диагностического тестирования по дисциплине:

Функциональный анализ, 5 семестр

Код, направление подготовки	01.03.02, Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль)	Прикладная математика и информатика
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Кафедра прикладной математики
Выпускающая кафедра	Кафедра прикладной математики

Проверяемая компетенция	**Задание**	**Варианты ответов**	**Тип сложности вопроса**	**Кол-во баллов за правильный ответ**
ОПК-1.1	1. Какое из перечисленных множеств является одновременно открытым и замкнутым в пространстве вещественных чисел?	1) [0, 1) 2) множество натуральных чисел N 3) $(-\infty, +\infty)$ 4) множество рациональных чисел Q	низкий	2
ОПК-1.1	2. Какое из перечисленных множеств не является ни открытым и ни замкнутым в пространстве вещественных чисел?	1) [0, 1) 2) [0, 1] 3) (0, 1) 4) множество натуральных чисел N	низкий	2
ОПК-1.1	3. Укажите неравенство треугольника в метрическом пространстве.	1) $\rho(a, b) \le \rho(a, c) \cdot \rho(c, b)$ 2) $\rho(a, b) \ge \rho(a, c) + \rho(c, b)$ 3) $\rho(a, b) \ge \rho(a, c) - \rho(c, b)$ 4) $\rho(a, b) \le \rho(a, c) + \rho(c, b)$	низкий	2
ОПК-1.1	4. Заполните пропуск: Пересечение любого числа замкнутых множеств является [[______]].	1) компактным 2) ограниченным 3) открытым 4) замкнутым	низкий	2
ОПК-1.1	5. Заполните пропуск: Пересечение любого числа открытых множеств [[______]].	1) открыто 2) не обязательно является открытым или замкнутым 3) открыто и замкнуто 4) замкнуто	низкий	2

ОПК-1.1	6. Пусть дано некоторое множество. Какие из указанных точек всегда ему принадлежат?	1) граничная 2) внутренняя 3) изолированная 4) предельная	средний	5
ОПК-1.1	7. Выберите эквивалентные определения замыкания множества.	1) совокупность всех точек прикосновения 2) объединение множества и его изолированных точек 3) совокупность всех граничных точек 4) объединение множества и его границы	средний	5
ОПК-1.1	8. Выберите все верные утверждения.	1) образ пересечения множеств есть пересечение образов 2) образ суммы множеств есть сумма образов 3) прообраз пересечения множеств есть пересечение прообразов 4) прообраз суммы множеств есть сумма прообразов	средний	5
ОПК-1.1	9. Закончите утверждение: Метрическое пространство компактно тогда и только тогда, когда оно является …	1) полным и предкомпактным 2) замкнутым и ограниченным 3) открытым и предкомпактным 4) замкнутым и сепарабельным	средний	5
ОПК-1.1	10. Укажите, какое из перечисленных множеств не является счетным.	1) множество всех последовательностей целых чисел, содержащих лишь конечное число ненулевых элементов 2) множество всех последовательностей, состоящих из нулей и единиц 3) множество рациональных чисел 4) множество всех трехмерных векторов, имеющих рациональные координаты	средний	5
ОПК-1.1	11. Какая сходимость имеет место в пространстве C[0, 1]?	1) равномерная 2) в среднем 3) сходимость не более чем в одной точке 4) в среднем квадратичном	средний	5
ОПК-1.1	12. Заполните пропуск: Образ компактного множества при [[_____]]	1) сюръективном 2) взаимно-однозначном 3) обратном 4) непрерывном	средний	5

	отображении является компактным множеством.			
ОПК-1.1	13. Заполните пропуск: Отображение f метрического пространства X в метрическое пространство Y называется изометрическим, если для любых точек a, b из X выполняется [[______]]	1) ρ(f(a), f(b)) = ρ(a, b) 2) ρ(a, b) = f(ρ(a,b)) 3) ρ(a, b) = f(a, b) 4) ρ(f(a), b) = ρ(a, f(b))	средний	5
ОПК-1.1	14. Пусть дано множество [0, 1)U{2}. Соотнесите указанным точках их тип.	1) x = 2 2) x = 1/2 3) x = 1 4) x = 3 a) внутренняя b) предельная точка, не принадлежащая множеству c) внешняя d) изолированная	средний	5
ОПК-1.1	15. Найти расстояние между функциями $x(t) = t^3$ и $y(t) = t^2-1$ в пространстве C[0, 1].		средний	5
ОПК-1.1	16. Какими согласно теореме Арцела двумя свойствами должно обладать множество функций, чтобы оно было предкомпактно в C[a, b]?	1) непрерывная дифференцируемость 2) изометричность 3) равномерная ограниченность 4) равностепенная непрерывность	высокий	8
ОПК-1.1	17. Выберите из перечисленных критериев полноты метрическом пространстве эквивалентные.	1) любая фундаментальная последовательность имеет предел 2) из любого открытого покрытия можно выбрать конечное подпокрытие 3) последовательность вложенных замкнутых шаров, радиусы которых стремятся к 0, имеет непустое пересечение 4) у любого оператора существует единственная неподвижная точка	высокий	8
ОПК-1.1	18. Выберите эквивалентные критерии	1) прообраз любого открытого множества открыт	высокий	8

	непрерывности отображения.	2) образ любого открытого множества открыт 3) прообраз любого замкнутого множества замкнут 4) образ любого замкнутого множества замкнут		
ОПК-1.1	19. Выберите все верные утверждения.	1) любое метрическое пространство – полное 2) у всякого метрического пространства существует пополнение 3) в полном метрическом пространстве сжимающее отображение имеет единственную неподвижную точку 4) в полном метрическом пространстве сжимающее отображение имеет бесконечно много неподвижных точек	высокий	8
ОПК-1.1	20. В пространстве ℓ_1 найти расстояние от точки x = ({p}, {p}/2, {p}/4, {p}/8, …) до точки y = (0, 0, 0, 0, …).		высокий	8

Функциональный анализ, 6 семестр

Код, направление подготовки	01.03.02, Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль)	Прикладная математика и информатика
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Кафедра прикладной математики
Выпускающая кафедра	Кафедра прикладной математики

Проверяемая компетенция	**Задание**	**Варианты ответов**	**Тип сложности вопроса**	**Кол-во баллов за правильный ответ**
ОПК-1.1	1. Укажите неравенство треугольника в нормированном пространстве.	1) $\|xy\| \le \|x\| + \|y\|$ 2) $\|x - y\| \le \|x\| - \|y\|$ 3) $\|x + y\| \le \|x\| + \|y\|$ 4) $\|x + y\| \le \|x\| \cdot \|y\|$	низкий	2
ОПК-1.1	2. Укажите правильное определение метрики в нормированном пространстве.	1) $\rho(x, y) = \|x - y\|$ 2) $\rho(x, y) = \|x + y\|$ 3) $\rho(x, y) = \|xy\|$ 4) $\rho(x, y) = \|x\| - \|y\|$	низкий	2
ОПК-1.1	3. Укажите правильное определение нормы в евклидовом пространстве.	1) $\|x\| = (x, x)$ 2) $\|x\| = \sqrt{x}$ 3) $\|x\| = \sqrt{(x, x)}$ 4) $\|x\| = \sqrt{(x, 0)}$	низкий	2
ОПК-1.1	4. Заполните пропуск: Для линейного функционала f множество {x | f(x) = 0} называется [[______]]	1) образом 2) ядром 3) нормой 4) фактор-пространством	низкий	2

ОПК-1.1	5. Заполните пропуск: Гильбертово пространство – это евклидово пространство [[_____]] относительно нормы, порожденной скалярным произведением.	1) ограниченное 2) полное 3) компактное 4) сепарабельное	низкий	2
ОПК-1.1	6. Укажите множества, которые образуют в пространстве C[-1, 1] замкнутые подпространства.	1) монотонные функции 2) четные функции 3) многочлены 4) многочлены степени ≤ n, дополненные нулевым многочленом	средний	5
ОПК-1.1	7. Укажите те подмножества числовой прямой, которые всегда измеримы по Лебегу.	1) открытые 2) ограниченные 3) несчетные 4) замкнутые	средний	5
ОПК-1.1	8. Как называется пространство, в котором существует счетное всюду плотное подмножество?	1) сепарабельное 2) предкомпактное 3) топологическое 4) банахово	средний	5
ОПК-1.1	9. Как называется система множеств, замкнутая относительно взятия пересечения и симметрической разности?	1) полугруппа 2) группа 3) кольцо 4) полукольцо	средний	5
ОПК-1.1	10. Как называется пространство всех непрерывных линейных функционалов над нормированным пространством?	1) фактор-пространство 2) сопряженное пространство 3) евклидово пространство 4) ортогональное дополнение	средний	5
ОПК-1.1	11. Заполните пропуск:	1) евклидово 2) унитарное 3) топологическое 4) банахово	средний	5

	[[______]] пространство – это полное нормированное пространство.			
ОПК-1.1	12. Заполните пропуск: Линейный оператор ограничен тогда и только тогда, когда он [[_____________]]	1) неотрицателен 2) взаимно-однозначен 3) непрерывен 4) изометричен	средний	5
ОПК-1.1	13. Заполните пропуск: Кольцо множеств с единицей называется [[______]].	1) полукольцом 2) алгеброй 3) полем 4) δ-кольцом	средний	5
ОПК-1.1	14. Сопоставьте пространствам в соответствие их нормы.	1) ℓ_2 2) C[a, b] 3) L_1[a, b] 4) L_2[a, b] a) $\max\limits_{[a,\ b]}\lvert x(t)\rvert$ b) $\sqrt{\int_a^b x^2(t)dt}$ c) $\int_a^b \lvert x(t)\rvert dt$ d) $\sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} x_k^2}$	средний	5
ОПК-1.1	15. Найти норму функционала над пространством C[0, 1] определенного как: $A(x) = x(t_0),\ 0 \le t_0 \le 1$.		средний	5
ОПК-1.1	16. Из перечисленных систем множеств числовой прямой выберите те, которые являются σ-алгебрами.	1) совокупность всех отрезков 2) совокупность всех измеримых по Лебегу множеств 3) совокупность всех числовых множеств 4) совокупность всех конечных множеств	высокий	8
ОПК-1.1	17. Выберите все верные утверждения.	1) в сепарабельном евклидовом пространстве существует ортонормированный базис	высокий	8

		2) ряд Фурье любого элемента всегда сходится к этому же элементу 3) для любой ортонормированной системы всегда справедливо неравенство Бесселя 4) для любой ортонормированной системы всегда справедливо равенство Парсеваля		
ОПК-1.1	18. Выберите все верные утверждения об интеграле Лебега.	1) интеграл от функции $f = 1$ по множеству A равен мере множества A 2) интеграл от произведения двух функций равен произведению их интегралов 3) любая функция, интегрируемая по Лебегу, интегрируема по Риману 4) интеграл от любой функции по множеству меры 0 равен 0	высокий	8
ОПК-1.1	19. Выберите все верные утверждения об измеримых функциях.	1) любая неограниченная функция интегрируема по Лебегу 2) значение интеграла Римана, если он существует, совпадает со значением интеграла Лебега 3) интеграл Лебега может принимать лишь неотрицательные значения 4) если функция f интегрируема по Лебегу, то и функция $\|f\|$ также интегрируема	высокий	8

ОПК-1.1	20. Найдите меру Лебега множества $\bigcup_{n=1}^{\infty}\left(100n, 100n + \frac{\{p\}}{2^n}\right)$		высокий	8