

Оценочные материалы для промежуточной аттестации по дисциплине

Вариационное исчисление и интегральные уравнения

Код, направление подготовки	01.03.02, Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль)	Прикладная математика и информатика
Форма обучения	Очная
Кафедра-разработчик	Кафедра прикладной математики
Выпускающая кафедра	Кафедра прикладной математики

Типовые задания для контрольной работы

I вариант

1. Найти допустимые экстремали изопериметрической задачи:

$$\int_{-1}^1 y \sqrt{1+y^2} dx \rightarrow \text{extr}; \int_{-1}^1 \sqrt{1+y^2} dx = 1; \quad y(-1) = y(1) = 0.$$

2. Среди кривых длины $L = 10 \arcsin \frac{3}{5}$, соединяющих точки $A(-3,0)$ и $B(3,0)$ и лежащих выше оси абсцисс, определить ту, которая вместе с отрезком AB ограничивает наибольшую площадь.

II вариант

1. Найти допустимые экстремали изопериметрической задачи:

$$\int_0^{\pi/2} (y'^2 - y^2) dx \rightarrow \text{extr}; \int_0^{\pi/2} y \sin x dx = 1; \quad y(0) = y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

2. Решить задачу на условный экстремум:

$$J(y, z) = \int_0^1 (y^2 + 2y'^2 + z'^2) dx, \quad y(0) = 1, \quad z(0) = 0, \quad y(1) = e + e^{-1}, \quad z(1) = 2e - e^{-1}, \quad y' - z = 0.$$

Типовые вопросы к зачету

1. Примеры задач вариационного исчисления.
2. Определение функционала.
3. Основные леммы вариационного исчисления.
4. Уравнение Эйлера.
5. Определение вариации.
6. Варианты уравнения Эйлера для функций от различных аргументов.
7. Уравнение Эйлера для случая нескольких функций.
8. Уравнение Эйлера-Пуассона.
9. Уравнение Остроградского.
10. Примеры проблем, приводящих к изопериметрическим задачам.

11. Необходимые условия экстремума.
12. Примеры проблем, приводящих к задачам на условный экстремум.
13. Необходимые условия экстремума.
14. Определение второй вариации
15. Условия Лежандра
16. Уравнение Якоби
17. Определение интегрального уравнения.
18. Примеры задач, приводящих к интегральным уравнениям.
19. Классификация интегральных уравнений.
20. Элементы функционального анализа.
21. Теорема о сжимающем отображении.
22. Метод последовательных приближений
23. Определение итерированного ядра.
24. Метод итерированных ядер.
25. Определение резольвенты.
26. Определение и свойства вырожденного ядра.
27. Метод решений уравнений с вырожденным ядром.