

Оценочные материалы для промежуточной аттестации по дисциплине

Дифференциальные уравнения

Код, направление подготовки	01.03.02, Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль)	Прикладная математика и информатика
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Прикладная математика
Выпускающая кафедра	Прикладная математика

Типовые задания для контрольной работы:

1. Составить дифференциальное уравнение данных семейств линий

$$y = e^{Cx}.$$

$$y = Cx^3.$$

$$x^2 + Cy^2 = 2y.$$

$$y = C(x - C)^2.$$

$$y = (x - C)^3.$$

$$y = \sin(x + C).$$

$$y^2 + Cx = x^3.$$

$$Cy = \sin Cx.$$

2. Найти общее решение дифференциальных уравнений:

$$y'^2 + x = 2y.$$

$$y'^2 - 2xy' = 8x^2.$$

$$x = y'^3 + y'.$$

$$x = y' \sqrt{y'^2 + 1}.$$

3. Найти решение задачи Коши:

$$y' = 3\sqrt[3]{y^2}; \quad y(2) = 0.$$

$$xy' + y = y^2; \quad y(1) = 0,5.$$

4. Решить геометрическую и физическую задачи:

Задача 1.

Найти кривые, касательные к которым в любой точке образуют равные углы с полярным радиусом и полярной осью.

Задача 2.

Сосуд объемом в 20 л. Содержит воздух (80% азота и 20% кислорода). В сосуд втекает 0.1 л. азота в секунду, который непрерывно перемешивается, и вытекает такое же количество смеси. Через сколько времени в сосуде будет 99% азота?

5. Различными методами понижения порядка уравнений найти их решения:

$$(1 - x^2)y'' + xy' = 2.$$

$$yy'' - 2yy' \ln y = y'^2.$$

$$(y' + 2y)y'' = y'^2.$$

$$y'''y'^2 = y'^3.$$

$$xy'' = y' + x(y'^2 + x^2).$$

$$xy^{IV} = 1.$$

$$y''' = 2xy''.$$

$$yy''' + 3y'y'' = 0.$$

$$yy'' = y'(y' + 1).$$

$$yy'' + y'^2 = 1.$$

6. Записать общее решение ЛОДУ

$$y'' - 4y' + 5y = 0.$$

$$y'' + 4y = 0.$$

$$y^{IV} - y = 0.$$

$$y^{VI} + 64y = 0.$$

7. Записать общее решение НОДУ, используя метод подбора частного решения по виду правой части:

$$y'' - 2y' - 3y = e^{4x}.$$

$$y'' - y = 2e^x - x^2.$$

$$y'' + y' - 2y = 3xe^x.$$

$$y'' - 3y' + 2y = \sin x.$$

8. Записать общее решение НОДУ, используя метод вариаций произвольной постоянной:

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}.$$

$$y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}.$$

9. Применяя различные способы решить систему, проверить правильность совпадением решений и подстановкой в систему:

$$\begin{cases} \dot{x} = y - 2x - 2z, \\ \dot{y} = x - 2y + 2z, \\ \dot{z} = 3x - 3y + 5z \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y - z, \\ \dot{y} = 3x - 4y - 3z, \\ \dot{z} = 2x - 4y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = x - y + 8t, \\ \dot{y} = 5x - y. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = y + \operatorname{tg}^2 t - 1, \\ \dot{y} = -x + \operatorname{tg} t. \end{cases}$$

Типовые вопросы к экзамену:

1. Основные понятия и теоремы для ОДУ 1 порядка. Изоклины. Поле направлений.
2. Уравнения с разделенными переменными. Уравнения с разделяющимися переменными
3. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для ОДУ 1-го порядка разрешенного относительно производной.
4. Однородные уравнения. Уравнения, приводящиеся к однородным.
5. Обобщенно-однородные уравнения
6. Линейные уравнения.
7. Уравнение Бернулли.
8. Уравнение Рикатти.
9. Уравнения в полных дифференциалах.
10. Уравнения, не разрешенные относительно производной.
11. Уравнения Лагранжа и Клеро
12. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Особое решение.
13. Основные понятия для ОДУ высших порядков.
14. Уравнения, допускающие понижение порядка
15. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка.
16. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядка

17. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. Метод вариации произвольных постоянных
18. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
19. Уравнение Эйлера.
20. Системы дифференциальных уравнений. Основные понятия.
21. Интегрирование нормальных систем.
22. Системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
23. Системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.
24. Системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и произвольной правой частью (метод вариаций постоянных).