

Оценочные материалы для промежуточной аттестации по дисциплине

Комплексный анализ

Код, направление подготовки	01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль)	«Прикладная математика и информатика»
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Прикладной математики
Выпускающая кафедра	Прикладной математики

Типовые контрольные задания

Примеры вариантов контрольной работы

Вариант 1

1. Представить в тригонометрической и показательной форме комплексные числа $z_1 = 1 - i$, $z_2 = 1 + i$ и изобразить их на комплексной плоскости.
2. Найти все различные значения корня $\sqrt[3]{i}$ и изобразить их на комплексной плоскости.
3. Проверить, что $u(x, y)$ является действительной частью аналитической функции. Восстановить аналитическую в окрестности точки z_0 функцию $f(z)$ по ее известной действительной $u(x, y)$ и значению $f(z_0)$.
 $u = x^2 - y^2 + x$, $f(0) = 0$.
4. Вычислить интеграл от функции комплексной переменной по кривой

$$\int_l \frac{dz}{z^3 + 4z}, \quad l = \{|z| = 3\}.$$

Вариант 2

1. Представить в тригонометрической и показательной форме комплексные числа $z_1 = -1 + i\sqrt{3}$, $z_2 = -1 - i\sqrt{3}$ и изобразить их на комплексной плоскости.
2. Найти все различные значения корня $\sqrt[3]{1}$ и изобразить их на комплексной плоскости.
3. Проверить, что $u(x, y)$ является действительной частью аналитической функции. Восстановить аналитическую в окрестности точки z_0 функцию $f(z)$ по ее известной действительной $u(x, y)$ и значению $f(z_0)$.
 $u = x^3 - 3xy^2 + 1$, $f(0) = 1$.
4. Вычислить интеграл от функции комплексной переменной по кривой.

$$\int_l \frac{2z - 1 - i}{(z - 1)(z - i)} dz, \quad l = \{|z| = e\}$$

Вариант 3

1. Представить в тригонометрической и показательной форме комплексные числа $z_1 = 2 - 5i$, $z_2 = 2 + 5i$ и изобразить их на комплексной плоскости.
2. Найти все различные значения корня $\sqrt[6]{-1}$ и изобразить их на комплексной плоскости.
3. Проверить, что $v(x, y)$ является мнимой частью аналитической функции. Восстановить аналитическую в окрестности точки z_0 функцию $f(z)$ по ее известной мнимой $v(x, y)$ и значению $f(z_0)$.
 $v = e^x(y \cos y + x \sin x)$, $f(0) = 0$.
4. Вычислить интеграл от функции комплексной переменной по кривой.

$$\int_l \frac{z}{\bar{z}} dz, \quad l - \text{граница области } 1 \leq |z| \leq 2, \operatorname{Im} z > 0$$

Этап: проведение промежуточной аттестации по дисциплине (экзамен)

Задание для показателя оценивания дескриптора «Знает»	Вид задания
<p><i>Сформулируйте развернутые ответы на следующие теоретические вопросы (сформулировать основные определения, теоремы, свойства; привести доказательства основных теорем, продемонстрировать примеры, при необходимости проиллюстрировать ответ графиками, рисунками):</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Определение множества комплексных чисел. Вещественная и мнимая части комплексного числа. 2. Алгебраическая форма комплексного числа. Мнимая единица. 3. Арифметические операции в алгебраической форме. 4. Геометрическое изображение комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа. 5. Тригонометрическая форма комплексного числа. 6. Показательная форма комплексного числа. 7. Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах. 8. Формула Муавра. 	<p>- теоретический</p>

9. Извлечение корня из комплексного числа.
10. Последовательность комплексных чисел. Предел последовательности комплексных чисел.
11. Необходимое и достаточное условие сходимости последовательности комплексных чисел.
12. Бесконечно удаленная точка. Стереографическая проекция. Формулы стереографической проекции.
13. Окрестность. Проколота окрестность. Окрестность бесконечно удаленной точки комплексной плоскости.
14. Понятие внутренней, внешней, предельной и граничной точки множества.
15. Понятие области. Граница множества. Замыкание.
16. Понятие функции комплексной переменной.
17. Предел функции комплексной переменной.
18. Непрерывность комплексной переменной.
19. Понятие производной комплексной переменной.
20. Условия Коши-Римана.
21. Понятие аналитической функции.
22. Свойства аналитических функций.
23. Геометрический смысл производной аналитической функции. Понятие конформного отображения.
24. Определение интеграла по кривой от функции комплексной переменной.
25. Общие свойства интеграла по кривой от функции комплексной переменной.
26. Теорема Коши об интеграле от аналитической функции по замкнутому контуру.
27. Теорема Коши, случай многосвязной области.
28. Понятие первообразной. Теорема о первообразной.
29. Понятие неопределенного интеграла.
30. Интеграл Коши.

31. Принцип максимума модуля аналитической функции.
32. Существование производных всех порядков у аналитической функции.
33. Теорема Морера.
34. Теорема Лиувилля.
35. Степенные ряды. Теорема Абеля. Круг сходимости, радиус сходимости степенного ряда.
36. Ряд Тейлора, теорема о разложении аналитических функций в степенной ряд.
37. Нули аналитической функции. Теорема о нулях аналитической функции, следствия из нее.
38. Теорема единственности аналитической функции.
39. Аналитическое продолжение. Продолжение с действительной оси.
40. Продолжение соотношений.
41. Понятие ряда Лорана. Область сходимости ряда Лорана.
42. Теорема о разложении аналитической функции в ряд Лорана.
43. Классификация изолированных особых точек аналитической функции.
44. Теоремы о характере разложения функций в ряд Лорана в проколотых окрестностях изолированных особых точек (случай устранимых точек).
45. Теоремы о характере разложения функций в ряд Лорана в проколотых окрестностях изолированных особых точек (случай полюсов).
46. Теоремы о характере разложения функций в ряд Лорана в проколотых окрестностях изолированных особых точек (случай существенно особых точек).
47. Разложение в ряд Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки.
48. Понятие вычета аналитической функции в

<p>изолированной особой точке.</p> <p>49. Теорема Коши о вычетах.</p> <p>50. Формулы вычисления вычетов в полюсах.</p> <p>51. Вычет в бесконечности. Теорема о полной сумме вычетов.</p> <p>52. Вычисление определенных интегралов вида с помощью теории вычетов.</p> <p>53. Вычисление несобственных интегралов специального вида с помощью теории вычетов.</p> <p>54. Плоское электростатическое поле. Комплексный потенциал электростатического поля.</p>	
--	--

Задание для показателя оценивания дескриптора «Умеет», «Владеет»	Вид задания
<p>1. Задачи на арифметические операции над комплексными числами в алгебраической, тригонометрической и показательной формах.</p> <p>2. Задачи восстановления аналитической функции по ее известной действительной или мнимой части.</p> <p>3. Задачи о разложение функции в ряд Лорана.</p> <p>5. Вычисление интегралов с использованием теории вычетов.</p>	<p>- практический</p>