

Оценочные материалы для промежуточной аттестации по дисциплине

ТЕНЗОРНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Код, направление подготовки	01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль)	«Прикладная математика и информатика»
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Прикладной математики
Выпускающая кафедра	Прикладной математики

Типовые контрольные задания

Контрольная работа

Примеры вариантов контрольной работы

Вариант 1.

1. Найти $\text{grad } f(r)$ ($r = |\mathbf{r}|$, $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$), если: $f = (r - r_0)^2$, ($r_0 = \text{const}$).
2. Проверить, является ли поле $\mathbf{F} = (y + z)\mathbf{i} + (x + z)\mathbf{j} + (x + y)\mathbf{k}$ потенциальным, и если да, то найти его потенциал.
3. Найти поток векторного поля $\mathbf{F} = (x^3 + yz)\mathbf{i} + (y^3 + xz)\mathbf{j} + (z^3 + xy)\mathbf{k}$ через поверхность S , S - верхняя сторона полусферы: $x^2 + y^2 + z^2 = 16$, $z \geq 0$.
4. Пусть матрица $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ задает компоненты тензора второго ранга \mathbf{T} в полярных координатах. Определить компоненты тензора \mathbf{T} в прямоугольных координатах если \mathbf{T} - тензор типа: $(2, 0)$.

Вариант 2.

1. Найти $\text{div } \mathbf{a}$, если: $\mathbf{a} = \frac{\mathbf{r}}{r^3}$.
2. Проверить, является ли поле $\mathbf{F} = x(z^2 - y^2)\mathbf{i} + y(x^2 - z^2)\mathbf{j} + z(y^2 - x^2)\mathbf{k}$ соленоидальным, и если да, то найти его векторный потенциал
3. Найти циркуляцию вектора $\mathbf{F} = xy\mathbf{i} + yz\mathbf{j} + xz\mathbf{k}$ вдоль контура L ; $L = \{(x, y, z): x^2 + y^2 = 1, x + y + z = 1\}$ положительно ориентирован на верхней стороне плоскости.
4. Пусть матрица $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ задает компоненты тензора второго ранга \mathbf{T} в полярных координатах. Определить компоненты тензора \mathbf{T} в прямоугольных координатах если \mathbf{T} - тензор типа: $(0, 2)$.

Вариант 3.

1. Найти $\text{rot } \mathbf{a}$, если: $\mathbf{a} = f(r)\mathbf{r}$.

2. Найти работу поля F вдоль кривой L , если $F = 2xyi + y^2j - x^2k$ и L есть наименьшая дуга окружности $x^2 + y^2 = 1$ от точки $A = (1,0)$ до точки $B = (0,1)$.

3. Вычислить поток жидкости в направлении внешней нормали через часть окружности радиуса R , лежащую в первой четверти, если скорость потока $\mathbf{v} = \{x + y, y\}$.

4. Пусть матрица $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ задает компоненты тензора второго ранга \mathbf{T} в полярных координатах. Определить компоненты тензора \mathbf{T} в прямоугольных координатах если \mathbf{T} - тензор типа: $(1,1)$.

Этап: проведение промежуточной аттестации по дисциплине (экзамен)

Задание для показателя оценивания дескриптора «Знает»	Вид задания
<p><i>Сформулируйте развернутые ответы на следующие теоретические вопросы (сформулировать основные определения, теоремы, свойства; привести доказательства основных теорем, продемонстрировать примеры, при необходимости проиллюстрировать ответ графиками, рисунками):</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Ортогональные криволинейные координаты. 2. Преобразование ортонормированного базиса. 3. Метрические коэффициенты (коэффициенты Ламе). 4. Преобразование физических компонент вектора. 5. Преобразование физических компонент градиента. 6. Геометрический подход к определению дивергенции векторного поля. 7. Геометрический подход к определению ротора векторного поля 8. Потенциальные векторные поля. 9. Соленоидальные векторные поля. 	<p>- теоретический</p>

10. Дивергенция векторного поля в ортогональных криволинейных координатах.
11. Ротор векторного поля в ортогональных криволинейных координатах.
12. Оператор Лапласа в ортогональных криволинейных координатах.
13. Общее определение тензора. Закон преобразования компонент тензора.
14. Перестановка индексов.
15. Свертка.
16. Тензорное умножение.
17. Риманова метрика. Риманово пространство.
18. Псевдориманова метрика. Псевдориманово пространство.
19. Евклидовое и псевдоевклидово пространство.
20. Тензоры в римановом и псевдоримановом пространстве. Псевдотензоры.
11. Кососимметрические тензоры типа $(0, k)$.
12. Градиент кососимметрического тензора.
23. Внешнее произведение дифференциальных форм.
24. Внешний дифференциал формы.
25. Общая формула Стокса.
26. Ковариантная производная. Символы Кристоффеля.
27. Ковариантное дифференцирование в метрическом пространстве.
28. Параллельный перенос.
29. Геодезические.
30. Связность согласованная с метрикой.

<p>31. Формулы Кристоффеля</p> <p>32. Тензор кривизны.</p> <p>33. Симметрии тензора кривизны.</p> <p>34. Тензор кривизны, порожденный метрикой.</p>	
<p>Задания для показателя оценивания дескриптора «Умеет», «Владеет»</p>	<p>Вид задания</p>
<ol style="list-style-type: none"> 1. Определить физические компоненты вектора и градиента в ортогональных криволинейных координатах. 2. Вычислить градиент (дивергенцию, ротор) в ортогональных криволинейных координатах. 3. Найти скалярный потенциал потенциального векторного поля. 4. Найти векторный потенциал соленоидального векторного поля 5. Найти поток (циркуляцию) векторного поля 6. Вычислить компоненты тензора произвольного типа в заданных криволинейных координатах. 7. Вычислить ковариантные производные тензорных полей. 	<p>- практический</p>