

## Оценочные материалы для промежуточной аттестации по дисциплине

### Численные методы

Код, направление подготовки	01.03.02, Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль)	Прикладная математика и информатика
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Прикладная математика
Выпускающая кафедра	Прикладная математика

5 семестр

Типовые вопросы зачету:

1. Определение основных видов погрешностей вычислительной задачи. Абсолютная и относительная погрешности. Верная значащая цифра. Формы записи приближенных чисел.
2. Погрешности арифметических операций. Погрешность функции нескольких переменных.
3. Итерационные методы решения нелинейных уравнений. Понятие итерационного процесса. Скорость, порядок и условия сходимости.
4. Итерационные методы решения нелинейных уравнений. Постановка задачи. Отделение корней. Уточнение корней методом дихотомии (получение расчетных формул, условия применимости, скорость сходимости, критерий окончания).
5. Итерационные методы решения нелинейных уравнений. Постановка задачи. Отделение корней. Уточнение корней методом простых итераций (получение расчетных формул, геометрическая интерпретация, условия сходимости, критерий окончания).
6. Итерационные методы решения нелинейных уравнений. Постановка задачи. Отделение корней. Уточнение корней модифицированным методом простых итераций (получение расчетных формул, подбор параметра, критерий окончания).
7. Итерационные методы решения нелинейных уравнений. Постановка задачи. Отделение корней. Уточнение корней методом Ньютона (получение расчетных формул, геометрическая интерпретация, условия сходимости). Модификации метода.
8. Численное решение систем нелинейных уравнений. Постановка задачи. Метод простых итераций (алгоритм, скорость его сходимости, условия сходимости, критерий окончания).
9. Метод Ньютона численного решения систем нелинейных уравнений (основные формулы, условия и скорость сходимости, критерий окончания).

10. Краткие сведения о нормах векторов и матриц. Обусловленность систем линейных алгебраических уравнений. Число обусловленности, его свойства. Оценка погрешности решения СЛАУ.
11. Итерационный метод Якоби решения систем линейных алгебраических уравнений (расчетные формулы, матричная запись, условия сходимости, критерий окончания).
12. Итерационный метод Зейделя решения систем линейных алгебраических уравнений (расчетные формулы, матричная запись, условия сходимости, критерий окончания).
13. Метод прогонки решения СЛАУ.
14. Градиентные методы решения СЛАУ. Эквивалентность решения СЛАУ задаче минимизации квадратичной функции.
15. Градиентные методы решения СЛАУ. Методы спуска.
16. Градиентные методы решения СЛАУ. Метод сопряженных градиентов.
17. Интерполирование функций. Постановка задачи, существование и единственность решения задачи интерполирования алгебраическими многочленами.
18. Интерполирование функций. Постановка задачи, интерполяционный многочлен Лагранжа ( вывод основных формул).
19. Интерполирование функций. Понятие разделенной разности. Вычисление разделенной разности через значение функции.
20. Интерполирование функций. Постановка задачи, интерполяционный многочлен Ньютона (алгоритм построения многочлена Ньютона, погрешность).
21. Погрешность интерполяции (теорема)
22. Многочлены Чебышева. Минимизация погрешности интерполяции.
23. Интерполирование с кратными узлами. Постановка задачи, интерполяционный многочлен Эрмита (пример построения, погрешность)
24. Сходимость интерполяции алгебраическими многочленами. Аппроксимационная теорема Вейерштрасса. Сходимость при увеличении числа узлов.
25. Интерполирование сплайнами. Определение сплайна. Кубические интерполяционные сплайны. Вывод основных формул, алгоритм построения сплайна.

6 семестр

Типовые задания для контрольной работы:

1. Используя значения функции  $u$  в двух точках  $x_0$  и  $x_1$ , построить аппроксимацию 2-го порядка граничного условия  $au(0) + bu'(0) = c$  для уравнения  $-u'' + p(x)u = f(x)$ .
2. Для задачи  $u' + a(x)u = f(x), u(0) = c$  рассматривается разностная схема

$$\frac{y_{k+1} - y_k}{h} + (\alpha_1 a(x_k) + \alpha_2 a(x_{k+1}))(\beta_1 y_k + \beta_2 y_{k+1}) =$$

$$\gamma_1 f(x_k) + \gamma_2 f(x_{k+1}), y_0 = c$$

Как выбрать коэффициенты схемы, чтобы получить 2 порядок аппроксимации?

3. Методом конечных разностей найти с шагом  $h=0.2$  решение задачи:

$$\begin{cases} y'' - 5y = 10x \\ y(0) = 0, y(0.6) = 5. \end{cases}$$

4. Исследовать устойчивость явной схемы для уравнения теплопроводности:

$$\begin{cases} \frac{y_m^{n+1} - y_m^n}{\tau} = \frac{y_{m-1}^n - 2y_m^n + y_{m+1}^n}{h^2} + f_m^n \end{cases}$$

5. Исследовать устойчивость неявной схемы для уравнения теплопроводности:

$$\begin{cases} \frac{y_m^{n+1} - y_m^n}{\tau} = \frac{y_{m-1}^{n+1} - 2y_m^{n+1} + y_{m+1}^{n+1}}{h^2} + f_m^{n+1} \end{cases}$$

### Примерные темы курсовых работ:

1. Тригонометрическая интерполяция
2. Решение задачи Дирихле методом Монте-Карло.
3. Метод стрельбы для дифференциальных уравнений и систем.
4. Поиск минимума функции двух переменных методом Хука – Дживса
5. Решение интегральных уравнений методом конечных сумм.
6. QR-алгоритм для нахождения собственных чисел
7. Метод обобщенных минимальных невязок
8. Стабилизированный метод бисопряженных градиентов
9. Вычисление несобственных интегралов по формулам Гаусса-Кристоффеля
10. Метод контрольного объема для решения уравнения теплопроводности
11. Краевая задача для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Разностный метод.
12. Квадратурный метод решения уравнения Фредгольма
13. Численное решение уравнения Лапласа методом конечного объема
14. Метод конечных разностей для решения нестационарного двухмерного уравнения теплопроводности

Курсовая работа должна быть оформлена в виде отчета на бумажном носителе.

Примерная структура отчета:

Титульный лист

Содержание

Введение: постановка задачи.

Теоретическая часть: обоснование численного метода, оценка скорости сходимости, устойчивость, погрешность.

Практическая часть: реализация метода в MathCAD

Заключение: Выводы о недостатках и преимуществах метода

Литература.

Типовые вопросы к экзамену

1. Определение основных видов погрешностей вычислительной задачи. Абсолютная и относительная погрешности. Верная значащая цифра. Формы записи приближенных чисел.
2. Погрешности арифметических операций. Погрешность функции нескольких переменных.
3. Итерационные методы решения нелинейных уравнений. Понятие итерационного процесса. Скорость, порядок и условия сходимости.
4. Итерационные методы решения нелинейных уравнений. Постановка задачи. Отделение корней. Уточнение корней методом дихотомии (получение расчетных формул, условия применимости, скорость сходимости, критерий окончания).
5. Итерационные методы решения нелинейных уравнений. Постановка задачи. Отделение корней. Уточнение корней методом простых итераций (получение расчетных формул, геометрическая интерпретация, условия сходимости, критерий окончания).
6. Итерационные методы решения нелинейных уравнений. Постановка задачи. Отделение корней. Уточнение корней модифицированным методом простых итераций (получение расчетных формул, подбор параметра, критерий окончания).
7. Итерационные методы решения нелинейных уравнений. Постановка задачи. Отделение корней. Уточнение корней методом Ньютона (получение расчетных формул, геометрическая интерпретация, условия сходимости). Модификации метода.
8. Численное решение систем нелинейных уравнений. Постановка задачи. Метод простых итераций (алгоритм, скорость его сходимости, условия сходимости, критерий окончания).
9. Метод Ньютона численного решения систем нелинейных уравнений (основные формулы, условия и скорость сходимости, критерий окончания).
10. Краткие сведения о нормах векторов и матриц. Обусловленность систем линейных алгебраических уравнений. Число обусловленности, его свойства. Оценка погрешности решения СЛАУ.
11. Итерационный метод Якоби решения систем линейных алгебраических уравнений (расчетные формулы, матричная запись, условия сходимости, критерий окончания).

12. Итерационный метод Зейделя решения систем линейных алгебраических уравнений (расчетные формулы, матричная запись, условия сходимости, критерий окончания).
13. Метод прогонки решения СЛАУ.
14. Градиентные методы решения СЛАУ. Эквивалентность решения СЛАУ задаче минимизации квадратичной функции.
15. Градиентные методы решения СЛАУ. Методы спуска.
16. Градиентные методы решения СЛАУ. Метод сопряженных градиентов.
17. Интерполирование функций. Постановка задачи, существование и единственность решения задачи интерполирования алгебраическими многочленами.
18. Интерполирование функций. Постановка задачи, интерполяционный многочлен Лагранжа ( вывод основных формул).
19. Интерполирование функций. Понятие разделенной разности. Вычисление разделенной разности через значение функции.
20. Интерполирование функций. Постановка задачи, интерполяционный многочлен Ньютона (алгоритм построения многочлена Ньютона, погрешность).
21. Погрешность интерполяции (теорема)
22. Многочлены Чебышева. Минимизация погрешности интерполяции.
23. Интерполирование с кратными узлами. Постановка задачи, интерполяционный многочлен Эрмита (пример построения, погрешность)
24. Сходимость интерполяции алгебраическими многочленами. Аппроксимационная теорема Вейерштрасса. Сходимость при увеличении числа узлов.
25. Интерполирование сплайнами. Определение сплайна. Кубические интерполяционные сплайны. Вывод основных формул, алгоритм построения сплайна.
26. Определение основных видов погрешностей вычислительной задачи. Абсолютная и относительная погрешности. Верная значащая цифра. Формы записи приближенных чисел.
27. Погрешности арифметических операций. Погрешность функции нескольких переменных.
28. Итерационные методы решения нелинейных уравнений. Понятие итерационного процесса. Скорость, порядок и условия сходимости.
29. Итерационные методы решения нелинейных уравнений. Постановка задачи. Отделение корней. Уточнение корней методом дихотомии (получение расчетных формул, условия применимости, скорость сходимости, критерий окончания).
30. Итерационные методы решения нелинейных уравнений. Постановка задачи. Отделение корней. Уточнение корней методом простых итераций (получение расчетных формул, геометрическая интерпретация, условия сходимости, критерий окончания).
31. Итерационные методы решения нелинейных уравнений. Постановка задачи. Отделение корней. Уточнение корней модифицированным методом простых итераций (получение расчетных формул, подбор параметра, критерий окончания).
32. Итерационные методы решения нелинейных уравнений. Постановка задачи. Отделение корней. Уточнение корней методом Ньютона (получение

- расчетных формул, геометрическая интерпретация, условия сходимости). Модификации метода.
33. Численное решение систем нелинейных уравнений. Постановка задачи. Метод простых итераций (алгоритм, скорость его сходимости, условия сходимости, критерий окончания).
  34. Метод Ньютона численного решения систем нелинейных уравнений (основные формулы, условия и скорость сходимости, критерий окончания).
  35. Краткие сведения о нормах векторов и матриц. Обусловленность систем линейных алгебраических уравнений. Число обусловленности, его свойства. Оценка погрешности решения СЛАУ.
  36. Итерационный метод Якоби решения систем линейных алгебраических уравнений (расчетные формулы, матричная запись, условия сходимости, критерий окончания).
  37. Итерационный метод Зейделя решения систем линейных алгебраических уравнений (расчетные формулы, матричная запись, условия сходимости, критерий окончания).
  38. Метод прогонки решения СЛАУ.
  39. Градиентные методы решения СЛАУ. Эквивалентность решения СЛАУ задаче минимизации квадратичной функции.
  40. Градиентные методы решения СЛАУ. Методы спуска.
  41. Градиентные методы решения СЛАУ. Метод сопряженных градиентов.
  42. Интерполирование функций. Постановка задачи, существование и единственность решения задачи интерполирования алгебраическими многочленами.
  43. Интерполирование функций. Постановка задачи, интерполяционный многочлен Лагранжа ( вывод основных формул).
  44. Интерполирование функций. Понятие разделенной разности. Вычисление разделенной разности через значение функции.
  45. Интерполирование функций. Постановка задачи, интерполяционный многочлен Ньютона (алгоритм построения многочлена Ньютона, погрешность).
  46. Погрешность интерполяции (теорема)
  47. Многочлены Чебышева. Минимизация погрешности интерполяции.
  48. Интерполирование с кратными узлами. Постановка задачи, интерполяционный многочлен Эрмита (пример построения, погрешность)
  49. Сходимость интерполяции алгебраическими многочленами. Аппроксимационная теорема Вейерштрасса. Сходимость при увеличении числа узлов.
  50. Интерполирование сплайнами. Определение сплайна. Кубические интерполяционные сплайны. Вывод основных формул, алгоритм построения сплайна.