

**Тестовое задание для диагностического тестирования по дисциплине:**

***Интегральные уравнения и вариационное исчисление, Семестр 4***

Код, направление подготовки	b030302-ЦифрТех-22-2.plx
Направленность (профиль)	Цифровые технологии в геофизике
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Кафедра экспериментальной физики
Выпускающая кафедра	Кафедра экспериментальной физики

Проверяемая компетенция	Задание	Варианты ответов	Уровень сложности вопроса	Баллы <sup>*)</sup>
ОПК-1.1 ОПК-1.3	1. Укажите выражение для первой вариации функционала $J$ .	1) $\left. \frac{dJ}{d\alpha} \right _{\alpha=0}$ 2) $\frac{dJ}{d\alpha}$ 3) $J(y + \alpha h)$ 4) $J^2(0)\alpha^2$	Низкий	3
ОПК-1.1 ОПК-1.3	2. Укажите уравнение Эйлера.	1) $F_y - \frac{d}{dx}F_y = 0$ 2) $F - \frac{d}{dx}F_y = 0$ 3) $F_y - \frac{d}{dx}F_{y'} = 0$ 4) $F_{y'} - \frac{dF}{dx} = 0$	Низкий	3
ОПК-1.1 ОПК-1.3	3. Укажите уравнение Эйлера в случае, когда функция $F$ не зависит от $y'$ .	1) $F_y = 0$ 2) $\frac{d}{dx}F_y = 0$ 3) $\frac{dF}{dx} = 0$ 4) $F_{y'} = 0$	Низкий	3
ОПК-1.1 ОПК-1.3	4. Заполните пропуск: Уравнение $\int_a^b K(x, t)\varphi(t)dt = f(x)$ является _____ интегральным уравнением .....	1) Вольтерра 2) Фредгольма 3) Эйлера 4) Лагранжа	Низкий	3
ОПК-1.1 ОПК-1.3	5. Заполните пропуск: Необходимым _____ условием экстремума функционала является обращение _____ функционала в нуль.	1) второй вариации 2) значения 3) аргумента 4) первой вариации	Низкий	3
ОПК-1.1 ОПК-1.3	6. Из перечисленных уравнений выберите все интегральные уравнения Вольтерра.	1) $\int_{\pi}^x (x + t)\varphi^2(t)dt = 0$	Средний	5

		<p>2)</p> $\int_0^{\pi} (x^2 - t^2)\varphi(t)dt = x^3$ <p>3)</p> $\int_0^x xt\varphi(t)dt = x$ <p>4)</p> $\varphi(x) + \int_{-1}^x \sin(x-t)\varphi(t)dt = \cos x$		
ОПК-1.1 ОПК-1.3	7. Из перечисленных уравнений выберите все интегральные уравнения Фредгольма.	<p>1)</p> $\int_e^x (x+t)^3\varphi(t)dt = 1$ <p>2)</p> $\int_0^4 (x-2t)\varphi(t)dt = x+1$ <p>3)</p> $\varphi(x) - \int_{-1}^1 \cos(xt)\varphi(t)dt = 2\cos x$ <p>4)</p> $\int_0^{2\pi} xt^2\varphi^3(t)dt = 1-x$	Средний	5
ОПК-1.1 ОПК-1.3	8. Выберите все правильные утверждения.	<p>1) если функция доставляет функционалу сильный экстремум, то она доставляет и слабый экстремум</p> <p>2) если функция доставляет функционалу слабый экстремум, то она доставляет и сильный экстремум</p> <p>3) достаточное условие слабого экстремума является достаточным условием сильного экстремума</p> <p>4) необходимое условие слабого экстремума является необходимым условием сильного экстремума</p>	Средний	5
ОПК-1.1 ОПК-1.3	9. Укажите формулу для нахождения решения уравнения Фредгольма 2-го рода при помощи резольвенты.	<p>1)</p> $\varphi(s) = \lambda \int_a^b R(s,t;\lambda)f(t)dt$ <p>2)</p> $\varphi(s) = R(s,t;\lambda) + \lambda \int_a^b R(s,t;\lambda)f(t)dt$ <p>3)</p> $\varphi(s) = f(s) + \lambda \int_a^b R(s,t;\lambda)f(t)dt$ <p>4)</p> $\varphi(s) = f(s) + \lambda \int_a^b R(s,t;\lambda)\varphi(t)dt$	Средний	5

ОПК-1.1 ОПК-1.3	10. Укажите уравнение Остроградского.	1) $F_u - \frac{d}{dx} F_{u_x} = 0$ 2) $F_u - \frac{\partial}{\partial x} F_{u_x} - \frac{\partial}{\partial y} F_{u_y} = 0$ 3) $F - \frac{\partial}{\partial x} F_u - \frac{\partial}{\partial y} F_u = 0$ 4) $F_u - \frac{\partial}{\partial x} F_{u_y} - \frac{\partial}{\partial y} F_{u_x} = 0$	Средний	5
ОПК-1.1 ОПК-1.3	11. Укажите граничное условие в задаче вариационного исчисления со свободным концом. Считается, что свободен конец кривой в точке $x = 0$ .	1) $F_{y'} _{x=0} = 0$ 2) $F_y _{x=0} = 0$ 3) $F _{x=0} = 0$ 4) $F_x _{x=0} = 0$	Средний	5
ОПК-1.1 ОПК-1.3	12. Заполните пропуск: Число $\lambda$ называется характеристическим значением уравнения: $\varphi(s) = \lambda \int_a^b K(s, t)\varphi(t)dt,$ если это уравнение имеет .....	1) только нулевое решение 2) единственное решение 3) ненулевые решения 4) линейно зависимые решения	Средний	5
ОПК-1.1 ОПК-1.3	13. Заполните пропуск: Условие Якоби и усиленные условия Лежандра являются ..... экстремума.	1) достаточными условиями слабого 2) достаточными условиями сильного 3) необходимыми условиями слабого 4) необходимыми условиями сильного	Средний	5
ОПК-1.1 ОПК-1.3	14. Соотнесите интегральным уравнениям их тип. 1) $\varphi(s) = \int_a^b K(s, t)\varphi(t)dt$ 2) $\int_a^b K(s, t)\varphi(t)dt = f(s)$ 3) $\varphi(s) = \int_a^s K(s, t)\varphi(t)dt + f(s)$ 4) $\int_a^s K(s, t)\varphi(t)dt = 0$ а) однородное уравнение Фредгольма 2-го рода б) неоднородное уравнение Вольтерра 2-го рода в) однородное уравнение Вольтерра 1-го рода г) неоднородное уравнение Фредгольма 1-го рода		Средний	5
ОПК-1.1 ОПК-1.3	15. Укажите значение функционала:		Средний	5

	$J(y) = \int_{-\pi}^{\pi} (y'' + x^2 y) dx$ для функции $y(x) = \sin x$ .			
ОПК-1.1 ОПК-1.3	16. Выберите все верные утверждения об интегральных уравнениях Фредгольма 2-го рода.	1) любое уравнение имеет единственное решение 2) характеристические значения являются полюсами резольвенты 3) однородное уравнение не имеет решений 4) резольвента является мероморфной функцией	Высокий	7
ОПК-1.1 ОПК-1.3	17. Из перечисленных функций выберите все, которые являются экстремалами функционала: $J(y) = \int_0^1 (y'^2 + x^2) dx$	1) $y = 2x + 1$ 2) $y = 2 - x$ 3) $y = 2x^2 + 1$ 4) $y = 3 - x^3$	Высокий	7
ОПК-1.1 ОПК-1.3	18. Из перечисленных функций выберите все, которые являются экстремалами функционала: $J(y) = \int_0^{\pi} (y'^2 + y^2) dx$	1) $y = \operatorname{sh} x$ 2) $y = \sin x$ 3) $y = \operatorname{ch} x$ 4) $y = \cos x$	Высокий	7
ОПК-1.1 ОПК-1.3	19. Выберите все числа, которые не являются характеристическими значениями ядра $K(s, t) = st$ на отрезке $[0, 1]$ .	1) 1 2) 2 3) 3 4) 4	Высокий	7
ОПК-1.1 ОПК-1.3	20. Найдите значение решения задачи: $J(y) = \int_0^{\pi} (y'^2 - y^2 + x^p) dx \rightarrow \text{extr}$ $y(0) = 1, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ в точке $x = \frac{\pi}{3}$ .		Высокий	7

\*) Баллы выставяются только за правильный ответ