



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по УМР

Е.В. Коновалова

20 июня 2019 г. протокол УС №6

МОДУЛЬ "МАТЕМАТИКА"

Линейная алгебра

рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой	Высшей математики
Учебный план	b030302-ЦифрТех-19-1.plx 03.03.02 ФИЗИКА Направленность (профиль): Цифровые технологии в геофизике
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	очная
Общая трудоемкость	3 ЗЕТ

Часов по учебному плану	108
в том числе:	
аудиторные занятия	32
самостоятельная работа	40
часов на контроль	36

Виды контроля в семестрах:
экзамены 2

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	2 (1.2)		Итого	
	уп	рпд		
Неделя	17,3			
Вид занятий	уп	рпд	уп	рпд
Лекции	16	16	16	16
Практические	16	16	16	16
Итого ауд.	32	32	32	32
Контактная работа	32	32	32	32
Сам. работа	40	40	40	40
Часы на контроль	36	36	36	36
Итого	108	108	108	108

Программу составил(и):

Шапошникова И.В.



Рабочая программа дисциплины

Линейная алгебра

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 03.03.02 (уровень бакалавриата) (приказ Минобрнауки России от 07.08.2014г. №937)

составлена на основании учебного плана:

03.03.02 ФИЗИКА

Направленность (профиль): Цифровые технологии в геофизике

утвержденного учёным советом вуза от 20 июня 2019 г., протокол УС №6

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры

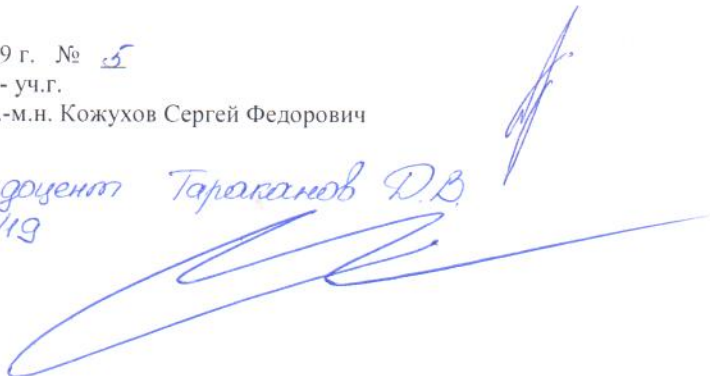
Высшей математики

Протокол от 25 03 2019 г. № 5

Срок действия программы: - уч.г.

Зав. кафедрой профессор, д-р ф.-м.н. Кожухов Сергей Федорович

Председатель УМС И.Т.И., доцент Тараканов Д.В.
07 06 2019 г. 06/19



1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
1.1	- создание у студентов основ достаточно широкой теоретической подготовки в области математики, позволяющей самостоятельно ориентироваться в потоке научной и технической информации и обеспечивающей им возможность использования математических принципов в тех областях, в которых они специализируются;
1.2	- приобретение знаний, необходимых для эффективного использования быстро развивающихся математических методов;
1.3	- получение навыка построения и исследования математических моделей физических процессов;
1.4	- развитие математической культуры, достаточной для самостоятельного освоения в дальнейшем различных математических методов.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП	
Цикл (раздел) ООП:	Б1.Б.04
2.1	Требования к предварительной подготовке обучающегося:
2.1.1	Для успешного освоения курса требуются знания в объёме курса математики средней общеобразовательной школы.
2.2	Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:
2.2.1	Составляющие дисциплину модули используются практически во всех дисциплинах естественнонаучного содержания, например, при изучении вычислительных методов и программирования, математического анализа, физики, экономических дисциплин и др.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
ОК-6: способностью работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия	
ОК-7: способностью к самоорганизации и самообразованию	
ОПК-2: способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	Знать:
3.1.1	основные понятия и методы линейной алгебры, необходимые для применения в профессиональной деятельности; профессиональную терминологию, корректное использование математических методов при решении профессиональных задач
3.2	Уметь:
3.2.1	применять конкретные математические методы при решении типовых профессиональных задач; применять математические методы оптимизации различных видов профессиональной деятельности при решении практических задач; публично объяснять учебный и научный материал; вести корректную дискуссию в процессе представления математических моделей и алгоритмов из области линейной алгебры
3.3	Владеть:
3.3.1	навыками использования в профессиональной деятельности базовых знаний в области линейной алгебры; методами математического моделирования и навыками статистической обработки данных физических исследований и интерпретации результатов; приемами доказательства оптимальности выбранного алгоритма или метода из области линейной алгебры;
3.3.2	математической культурой, достаточной для самостоятельного освоения в дальнейшем математических методов

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)							
Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература	Инте ракт.	Примечание

	Раздел 1. Матрицы и определители. Системы линейных уравнений.						
1.1	Матрицы и операции над ними /Лек/	2	2	ОПК-2	Л1.1	0	
1.2	Операции над матрицами /Пр/	2	2	ОК-6 ОПК-2	Л1.2Л2.1Л3.1	0	Устный опрос (приложение 1), выполнение практических заданий (приложение 1)
1.3	Определители. Метод Крамера. /Лек/	2	2	ОПК-2	Л1.1	0	
1.4	Вычисление определителей произвольного порядка. Решение СЛАУ методом Крамера. /Пр/	2	2	ОК-6 ОПК-2	Л1.2Л2.1	0	Устный опрос (приложение 1), выполнение практических заданий (приложение 1)
1.5	Обратная матрица. Ранг матрицы. /Лек/	2	2	ОПК-2	Л1.1	0	
1.6	Матричный способ решения СЛАУ. Нахождение ранга матрицы. /Пр/	2	2	ОК-6 ОПК-2	Л1.2Л2.1Л3.1	0	Устный опрос (приложение 1), выполнение практических заданий (приложение 1)
1.7	Матрицы и определители. Системы линейных уравнений. /Ср/	2	12	ОК-7 ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1 Л3.2 Э1	0	Выполнение практических заданий (приложение 1)
	Раздел 2. Линейные векторные пространства. Комплексные числа.						
2.1	Метод Гаусса. Линейные векторные пространства. /Лек/	2	2	ОПК-2	Л1.1Л2.1	0	
2.2	Решение однородных и неоднородных СЛАУ методом Гаусса. /Пр/	2	2	ОК-6 ОПК-2	Л1.2Л2.1Л3.1	0	Устный опрос (приложение 1), выполнение практических заданий (приложение 1)
2.3	Группы, кольца, поля. Поле комплексных чисел. /Лек/	2	2	ОПК-2	Л1.1	0	
2.4	Операции над комплексными числами. Тригонометрическая форма. /Пр/	2	2	ОК-6 ОПК-2	Л1.2Л2.1	0	Устный опрос (приложение 1), выполнение практических заданий (приложение 1)
2.5	Линейные векторные пространства. Комплексные числа. /Ср/	2	12	ОК-7 ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1	0	Выполнение практических заданий (приложение 1)
	Раздел 3. Линейные операторы. Квадратичные формы.						

3.1	Евклидово пространство. Скалярное произведение. Диагонализируемые операторы. /Лек/	2	2	ОПК-2	Л1.1	0	
3.2	Вычисление скалярного произведения. Приведение операторов к диагональному виду. /Пр/	2	2	ОК-6 ОПК-2	Л1.2Л2.1Л3.1	0	Устный опрос (приложение 1), выполнение практических заданий (приложение 1)
3.3	Ортогональные и симметричные операторы. /Лек/	2	2	ОПК-2	Л1.1	0	
3.4	Приведение операторов к каноническому виду. /Пр/	2	2	ОК-6 ОПК-2	Л1.2Л2.1	0	Устный опрос (приложение 1), выполнение практических заданий (приложение 1)
3.5	Квадратичные формы /Лек/	2	2	ОПК-2	Л1.1	0	
3.6	Приведение квадратичной формы к главным осям /Пр/	2	2	ОК-6 ОПК-2	Л1.2Л2.1Л3.1	0	Устный опрос (приложение 1), выполнение практических заданий (приложение 1)
3.7	Линейные операторы. Квадратичные формы. /Ср/	2	16	ОК-7 ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1 Л3.2 Э1	0	выполнение практических заданий (приложение 1), выполнение контрольной работы (приложение 1)
3.8	/Экзамен/	2	36	ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1	0	Вопросы и практические задания к экзамену (приложение 1)

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Контрольные вопросы и задания

Представлены в приложении 1

5.2. Темы письменных работ

Представлены в приложении 1

5.3. Фонд оценочных средств

Представлены в приложении 1

5.4. Перечень видов оценочных средств

Устный опрос, практические задания, контрольная работа, вопросы к экзамену.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература

Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
---------------------	----------	-------------------	----------

Л1.1	Ильин В. А., Позняк Э. Г.	Линейная алгебра: учебник	М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006	20
Л1.2	Проскураков И.В.	Сборник задач по линейной алгебре	Москва: Лань, 2010, http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=529	1

6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
Л2.1	Бортаковский А. С., Пантелеев А. В.	Линейная алгебра в примерах и задачах: учебное пособие для студентов высших технических учебных заведений	М.: Высшая школа, 2005	3
Л2.2	Пахомова Е. Г., Рожкова С. В.	Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Сборник заданий: Учебное пособие	Москва: Издательство Юрайт, 2019, https://www.biblionline.ru/book/lineynaya-algebra-i-analiticheskaya-geometriya-sbornik-zadaniy-434337	1

6.1.3. Методические разработки

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
Л3.1	Лунгу К. Н., Письменный Д. Т., Федин С. Н., Шевченко Ю. А.	Сборник задач по высшей математике: С контрольными работами: Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Основы математического анализа. Комплексные числа	М.: Айрис-пресс, 2003	5
Л3.2	Бурмистрова Е. Б., Лобанов С. Г.	Линейная алгебра: Учебник и практикум	Москва: Издательство Юрайт, 2019, https://www.biblionline.ru/book/lineynaya-algebra-427070	1

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	Государственная публичная научно-техническая библиотека России (ГПНТБ России)			
6.3.1 Перечень программного обеспечения				
6.3.1.1	Операционная система Microsoft, пакет прикладных программ Microsoft Office			
6.3.2 Перечень информационных справочных систем				
6.3.2.1	«Национальная электронная библиотека» нэб.рф			
6.3.2.2	http://www.garant.ru/ Информационно-правовой портал Гарант.ру			
6.3.2.3	http://www.consultant.ru/ Справочно-правовая система Консультант Плюс			
6.3.2.4	Электронные книги Springer Nature (Science, Technology and Medicine Collections) https://link.springer.com/			
6.3.2.5				

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1	Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа (практических занятий), групповых и индивидуальных консультаций, укомплектованные специализированной мебелью и техническими средствами обучения (доска, экран (стационарный или переносной), проектор). Помещения для самостоятельной работы обучающихся, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечения доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.
-----	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

--	--

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
Приложение к рабочей программе по дисциплине
ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Квалификация выпускника	Бакалавр
Направление подготовки	03.03.02
	Физика
Направленность (профиль)	Цифровые технологии в геофизике
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Высшей математики
Выпускающая кафедра	Экспериментальной физики

Сургут, 2019 г.

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для
оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности,
характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения
образовательной программы**

Этап: проведение текущего контроля успеваемости по дисциплине

Раздел 1. Матрицы и определители. Системы линейных уравнений.

Устный опрос

Сформулируйте развернутые ответы на следующие вопросы (сформулировать основные определения, теоремы, свойства; привести доказательства основных теорем, продемонстрировать примеры, при необходимости проиллюстрировать ответ графиками, рисунками).

Вопросы для устного опроса:

1. Матрицы и операции над ними. Свойства операций над матрицами.
2. Определители 2-го и 3-го порядка. Свойства определителей. Формулы Крамера для решения неоднородной СЛАУ произвольного порядка
3. Перестановки, подстановки, их четность, нечетность. Понятие определителя произвольного порядка. Минор и алгебраическое дополнение. Теорема Лапласа, ее следствие. Способы вычисления определителей произвольного порядка. Теорема об определителе произведения двух квадратных матриц.
4. Обратная матрица. Алгоритм нахождения обратной матрицы. Решение неоднородной СЛАУ матричным способом.

Примеры типовых практических заданий

1. Решить систему уравнений методом Крамера
$$\begin{cases} 2x - 4y + 9z - 28 = 0 \\ 7x + 3y - 6z + 1 = 0 \\ 7x + 9y - 9z - 5 = 0 \end{cases} .$$

2. а) Найти общее решение и одно частное решение системы уравнений
$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4 \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = -2 \end{cases}$$

б) Найти фундаментальную систему решений и общее решение для соответствующей однородной системы уравнений.

3. Определить ранг матрицы: а) методом окаймления миноров; б) с помощью элементарных

преобразований
$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 5 & 4 \\ 6 & -4 & 4 & 3 \\ 9 & -6 & 3 & 2 \\ 12 & -8 & 8 & 6 \end{pmatrix} .$$

4. Решить матричное уравнение
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

Раздел 2. Линейные векторные пространства. Комплексные числа.

Устный опрос

Сформулируйте развернутые ответы на следующие вопросы (сформулировать основные определения, теоремы, свойства; привести доказательства основных теорем, продемонстрировать примеры, при необходимости проиллюстрировать ответ графиками, рисунками).

Вопросы для устного опроса:

1. Бинарная алгебраическая операция. Группа. Кольца, поля. Построение поля комплексных чисел. Операции над комплексными числами.
2. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Умножение, деление, возведение в степень комплексных чисел. Извлечение корней n -ой степени из комплексных чисел
3. N -мерное линейное векторное пространство. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость векторов. Свойства систем и подсистем векторов. Лемма о замене.
4. Ранг системы векторов. Теоремы о ранге системы векторов. Базис, размерность системы векторов. Теорема о размерности конечномерных векторных пространств. Координаты вектора в базисе. Переход к новому базису.
5. Подпространство. Линейная оболочка векторов. Размерность суммы подпространств. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств.
6. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Методы нахождения ранга матрицы.
7. Теорема Кронекера – Капелли. Решение неоднородных СЛАУ. Метод Гаусса.
8. Однородные СЛАУ. Свойства решений однородной СЛАУ. Подпространство решений однородной СЛАУ. Базис и размерность подпространства решений однородной СЛАУ.
9. Скалярное произведение векторов. Матрица Грамма. Евклидово пространство.
10. Ортогональность векторов. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта. Ортонормированный базис. Теоремы об ортонормированном базисе.
11. Ортогональное дополнение к подпространству. Свойства и размерность ортогонального дополнения к подпространству. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая.

Примеры типовых практических заданий

1. Доказать, что все n -мерные векторы, у которых первая и последняя координаты равны нулю, образуют линейное подпространство, найти его базис и размерность.
2. Доказать, что векторы $\vec{a}_1(1, 0, 1, 1)$, $\vec{a}_2(-1, 1, 1, 1)$, $\vec{a}_3(1, 0, 0, 1)$, $\vec{a}_4(2, 1, 3, 2)$ образуют базис пространства L и разложить вектор $\vec{b} = (0, 4, 8, 6)$ по этому базису.
3. Решить уравнение $x^2 - 5x + 25 = 0$.
4. Вычислить а) $\frac{(2+i)(3-2i)+3}{(5-i)(4+i)+3i}$, б) $\frac{(-\sqrt{3}+i)^{100}}{(\sqrt{3}-i)^{150}}$.
5. Найти все значения $\sqrt[3]{8i}$.

Раздел 3. Линейные операторы. Квадратичные формы.

Устный опрос

Сформулируйте развернутые ответы на следующие вопросы (сформулировать основные определения, теоремы, свойства; привести доказательства основных теорем, продемонстрировать примеры, при необходимости проиллюстрировать ответ графиками, рисунками).

Вопросы для устного опроса:

1. Линейные операторы. Ядро и образ линейного оператора. Матрица оператора. Матрица оператора в новом базисе.
2. Ранг и дефект оператора. Теорема о связи ранга и дефекта оператора.
3. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен оператора. Теорема о собственных векторах, относящихся к различным собственным значениям.
4. Диагонализуемые операторы. Теоремы о диагонализуемых операторах. Невырожденные операторы.
5. Ортогональные операторы. Свойства собственных значений и матрицы ортогонального оператора. Ортогональная матрица. Структура ортогональных операторов. Алгоритм нахождения канонической матрицы и канонического базиса ортогонального оператора.
6. Симметричные операторы. Свойство матрицы симметричного оператора. Свойства собственных значений и собственных векторов симметричного оператора. Алгоритм нахождения канонической матрицы и канонического базиса симметричного оператора.
7. Квадратичная форма, ее матрица и ранг. Матрица квадратичной формы после выполнения линейного преобразования. Канонический вид квадратичной формы.
8. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм. Положительный и отрицательный индексы инерции, сигнатура квадратичной формы.
9. Положительно-определенные квадратичные формы.
10. Отрицательно-определенные квадратичные формы.
11. Приведение квадратичной формы к главным осям.
12. Инварианты кривой 2-го порядка. Исследование общего уравнения кривой 2-го порядка с помощью инвариантов.

Примеры типовых практических заданий

1. Оператор φ в некотором базисе имеет матрицу A_1 . Найти его ядро, образ, дефект и ранг.
2. Для оператора φ , заданного в ортонормированном базисе матрицей A_2 , найти канонический вид и канонический базис.
3. Привести к главным осям квадратичную форму: $f(x_1, x_2, x_3) = 17x_1^2 + 12x_1x_2 + 8x_2^2 + 7x_3^2$.
4. Скалярное произведение в некотором базисе евклидова пространства L задано матрицей Грама A_3 . Найти скалярное произведение векторов $\bar{x} = (2, -3, 4, 2)$ и $\bar{y} = (1, 5, -3, 2)$.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 6 & 1 \\ 5 & -4 & 3 & -2 \\ 6 & -6 & 9 & -1 \\ 4 & -2 & -3 & -3 \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{3}{3} & \frac{3}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \quad A_3 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & -2 \\ -1 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ -2 & 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

φ

5. Для данного отображения найдите матрицу, ранг и дефект отображения:
 $y_1 = 2x_1 + 3x_2 + x_3, \quad y_2 = -2x_1 + 3x_2 + 5x_3,$
 $y_3 = 4x_1 + 3x_2 - x_3$
6. Линейный оператор в базисе (e_1, e_2) имеет матрицу $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$. Найти матрицу оператора в базисе (e'_1, e'_2) , где $e'_1 = 2e_1 - e_2, \quad e'_2 = -e_1 + e_2$.
7. Скалярное произведение в некотором базисе евклидова пространства L задано матрицей Грама $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & -2 \\ -1 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ -2 & 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$. Найти скалярное произведение векторов $\bar{x} = (2, -3, 4, 2)$ и $\bar{y} = (1, 5, -3, 2)$.
8. Постройте ортогональное дополнение для векторного подпространства, натянутого на векторы $a(1, 2, 3), b(2, 1, 3)$.
9. Применяя процесс ортогонализации, постройте ортогональный базис из векторов $\bar{a}_1(1, 2, -1, 2), \bar{a}_2(1, 1, 3, -5), \bar{a}_3(3, -2, 1, 2)$
10. Оператор φ в некотором базисе имеет матрицу $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 6 & 1 \\ 5 & -4 & 3 & -2 \\ 6 & -6 & 9 & -1 \\ 4 & -2 & -3 & -3 \end{pmatrix}$. Найти его ядро, образ, дефект и ранг.
11. Найти матрицу линейного оператора, переводящего векторы $a_1(1, 1), a_2(0, 1)$ соответственно в векторы $b_1(1, 2), b_2(2, 1)$

Пример вариантов контрольной работы

1. Дана линейная оболочка $L_1 = R(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$, где $\alpha_1 = (1, 1, 1, 3), \alpha_2 = (1, 2, 2, 5), \alpha_3 = (2, 1, -1, 2), \alpha_4 = (2, 1, 2, 5)$. Выяснить, содержится ли линейная оболочка $L_2 = R(\beta_1, \beta_2)$ в линейной оболочке L_1 .
2. Найти систему линейных уравнений, подпространство решений которой совпадает с линейной оболочкой системы векторов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$.
3. Найти ортогональный базис подпространства L , заданного системой уравнений, и базис подпространства L^\perp .

4. Найти собственные значения и собственные векторы данной матрицы.
5. Найти линейное преобразование неизвестных, приводящее квадратичные формы, заданные своими матрицами, к каноническому виду. Выяснить, является ли квадратичная форма знакоопределенной.

Этап: проведение промежуточной аттестации по дисциплине

Задание для показателя оценивания дескриптора «Знает»	Вид задания
<p><i>Сформулируйте развернутые ответы на следующие теоретические вопросы (сформулировать основные определения, теоремы, свойства; привести доказательства основных теорем, продемонстрировать примеры, при необходимости проиллюстрировать ответ графиками, рисунками):</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Матрицы и операции над ними. Свойства операций над матрицами. 2. Определители 2-го и 3-го порядка. Свойства определителей. Формулы Крамера для решения неоднородной СЛАУ произвольного порядка 3. Перестановки, подстановки, их четность, нечетность. Понятие определителя произвольного порядка. Минор и алгебраическое дополнение. Теорема Лапласа, ее следствие. Способы вычисления определителей произвольного порядка. Теорема об определителе произведения двух квадратных матриц. 4. Обратная матрица. Алгоритм нахождения обратной матрицы. Решение неоднородной СЛАУ матричным способом. 5. Бинарная алгебраическая операция. Группа. Кольца, поля. Построение поля комплексных чисел. Операции над комплексными числами. 6. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Умножение, деление, возведение в степень комплексных чисел. Извлечение корней n-ой степени из комплексных чисел 7. N-мерное линейное векторное пространство. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость векторов. Свойства систем и подсистем векторов. Лемма о замене. 8. Ранг системы векторов. Теоремы о ранге системы векторов. Базис, размерность системы векторов. Теорема о размерности конечномерных векторных пространств. Координаты вектора в базисе. Переход к новому базису. 9. Подпространство. Линейная оболочка векторов. Размерность суммы подпространств. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств. 	теоретический

10. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Методы нахождения ранга матрицы.
11. Теорема Кронекера – Капелли. Решение неоднородных СЛАУ. Метод Гаусса.
12. Однородные СЛАУ. Свойства решений однородной СЛАУ. Подпространство решений однородной СЛАУ. Базис и размерность подпространства решений однородной СЛАУ.
13. Скалярное произведение векторов. Матрица Грама. Евклидово пространство.
14. Ортогональность векторов. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Ортонормированный базис. Теоремы об ортонормированном базисе.
15. Ортогональное дополнение к подпространству. Свойства и размерность ортогонального дополнения к подпространству. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая.
16. Линейные операторы. Ядро и образ линейного оператора. Матрица оператора. Матрица оператора в новом базисе.
17. Ранг и дефект оператора. Теорема о связи ранга и дефекта оператора.
18. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен оператора. Теорема о собственных векторах, относящихся к различным собственным значениям.
19. Диагонализируемые операторы. Теоремы о диагонализируемых операторах. Невырожденные операторы.
20. Ортогональные операторы. Свойства собственных значений и матрицы ортогонального оператора. Ортогональная матрица. Структура ортогональных операторов. Алгоритм нахождения канонической матрицы и канонического базиса ортогонального оператора.
21. Симметричные операторы. Свойство матрицы симметричного оператора. Свойства собственных значений и собственных векторов симметричного оператора. Алгоритм нахождения канонической матрицы и канонического базиса симметричного оператора.
22. Квадратичная форма, ее матрица и ранг. Матрица квадратичной формы после выполнения линейного преобразования. Канонический вид квадратичной формы.
23. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм. Положительный и отрицательный индексы инерции, сигнатура квадратичной формы.

24.	Положительно-определенные квадратичные формы.	
25.	Отрицательно-определенные квадратичные формы.	
26.	Приведение квадратичной формы к главным осям.	
27.	Инварианты кривой 2-го порядка. Исследование общего уравнения кривой 2-го порядка с помощью инвариантов.	

Задание для показателя оценивания дескриптора «Умеет», «Владеет»	Вид задания
<ol style="list-style-type: none"> 1. Вычисление определителей. 2. Задачи на арифметические операции над матрицами. Обращение матриц. 3. Задачи на решение систем линейных уравнений. 4. Преобразование координат при переходе к новому базису. 5. Нахождение базиса и размерности подпространства линейного пространства. 6. Действия над линейными операторами. 7. Вычисление собственных чисел и собственных векторов линейного оператора. 8. Построение ортонормированного базиса по данным векторам базиса некоторого евклидова пространства. 9. Приведение к каноническому виду заданных квадратичных форм. 	- практический

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций, описание шкал оценивания

Этап: проведение текущего контроля успеваемости по дисциплине
Схема оценивания контрольной работы.

Тип задания	Проверяемые компетенции (индикаторы компетенций)	Критерии оценки	Оценка
Контрольная работа	ОПК-2, ОК-7	Правильно решены, как минимум три из пяти заданий контрольной работы.	Аттестован
		Правильно решено менее трех заданий контрольной работы.	Не аттестован

Этап: проведение промежуточной аттестации по дисциплине (экзамен)

В билете на экзамене содержится: одно теоретическое задание (вопрос) и два практических задания. Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются по четырехбалльной шкале с оценками: «отлично»; «хорошо»; «удовлетворительно»; «неудовлетворительно». Общая оценка выставляется по следующей схеме оценивания ответа на экзамене.

Схема оценивания ответа на экзамене

Задания в билете	Проверяемые компетенции (индикаторы компетенций)	Оценка	Набранные баллы
Вопрос	ОПК-2, ОК-7	отлично	5
		хорошо	4
		удовлетворительно	3
		неудовлетворительно	2
Практическое задание №1	ОПК-2, ОК-7	отлично	5
		хорошо	4
		удовлетворительно	3
		неудовлетворительно	2
Практическое задание №2	ОПК-2, ОК-7	отлично	5
		хорошо	4
		удовлетворительно	3
		неудовлетворительно	2
Общая оценка	ОПК-2, ОК-7	отлично	14-15
		хорошо	12-13
		удовлетворительно	9-11
		неудовлетворительно	6-8