



## МОДУЛЬ "МАТЕМАТИКА" Теория функций комплексного переменного рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **Экспериментальной физики**

Учебный план б030302-ЦифрТех-19-1.plx  
03.03.02 ФИЗИКА  
Направленность (профиль): Цифровые технологии в геофизике

Квалификация **Бакалавр**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **3 ЗЕТ**

Часов по учебному плану 108  
в том числе:  
аудиторные занятия 48  
самостоятельная работа 33  
часов на контроль 27

Виды контроля в семестрах:  
экзамены 3

### Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	3 (2.1)		Итого	
	Неделя 17,3			
Вид занятий	уп	рпд	уп	рпд
Лекции	16	16	16	16
Практические	32	32	32	32
Итого ауд.	48	48	48	48
Контактная работа	48	48	48	48
Сам. работа	33	33	33	33
Часы на контроль	27	27	27	27
Итого	108	108	108	108

Программу составил(и):

ст.преподаватель Нестеренко М.В



Рабочая программа дисциплины

**Теория функций комплексного переменного**

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 03.03.02 (уровень бакалавриата) (приказ Минобрнауки России от 07.08.2014г. №937)

составлена на основании учебного плана:

03.03.02 ФИЗИКА

Направленность (профиль): Цифровые технологии в геофизике

утвержденного учёным советом вуза от 20 июня 2019 г., протокол УС №6

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры

**Экспериментальной физики**

Протокол от 03 06 2019 г. № 12

Срок действия программы: уч.г.

Зав. кафедрой к.ф.-м.н., доцент Гореликов А.В.



Председатель УМС к.т.н., доцент Тараканов Д.В.

07 06 2019 г. № 06/19



### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1	Изучение основ теории функций комплексной переменной (ТФКП) и операционного исчисления, методов и приложений ТФКП для решения различных теоретических и прикладных задач. Повышение математической культуры у студентов до уровня, необходимого при изучении других дисциплин физико-математического профиля, позволяющего работать с научно-производственной литературой по профессии и уметь решать конкретные теоретические и прикладные задачи.
-----	---

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ООП:	Б1.Б.04
<b>2.1</b>	<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>
2.1.1	Математический анализ
2.1.2	Линейная алгебра
2.1.3	Аналитическая геометрия
2.1.4	Модуль "Математика"
<b>2.2</b>	<b>Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>
2.2.1	Вычислительная физика
2.2.2	Дифференциальные уравнения
2.2.3	Теоретическая механика
2.2.4	Численные методы и математическое моделирование
2.2.5	Линейные и нелинейные уравнения физики
2.2.6	Механика сплошных сред
2.2.7	Векторный и тензорный анализ
2.2.8	Модуль "Методы математической физики"
2.2.9	Геодинамика и математическое моделирование

### 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**ОК-6:** способностью работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия

**ОК-7:** способностью к самоорганизации и самообразованию

**ОПК-2:** способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен**

<b>3.1</b>	<b>Знать:</b>
3.1.1	Основные понятия, теоремы и методы теории функций комплексной переменной;
3.1.2	область применения методов комплексного анализа и операционного исчисления;
3.1.3	основные правила и нормы работы в творческом коллективе в условиях многоконфессионального общества
<b>3.2</b>	<b>Уметь:</b>
3.2.1	Применять полученные знания по теории функций комплексного переменного при изучении других дисциплин и при решении задач в профессиональной деятельности
<b>3.3</b>	<b>Владеть:</b>
3.3.1	Соответствующей математической терминологией и методологией решения типовых задач комплексного анализа

### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература	Инте ракт.	Примечание
-------------	---	----------------	-------	-------------	------------	------------	------------

	<b>Раздел 1. Комплексные числа</b>						
1.1	Комплексные числа /Лек/	3	2	ОК-6 ОКП-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1 Э1 Э3 Э4 Э5	0	Устный опрос
1.2	Комплексные числа /Пр/	3	4	ОК-6 ОК-7 ОПК-2	Л1.2 Л1.3Л3.1	0	Решение задач
1.3	Изучение литературы по теме лекции/Ср/	3	4	ОК-6 ОК-7 ОПК-2	Л1.1 Л1.3Л2.1 Л2.2Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5	0	Подготовка к практическому занятию
	<b>Раздел 2. Дифференцирование функции комплексной переменной</b>						
2.1	Дифференцирование функции комплексной переменной /Лек/	3	4	ОК-6 ОКП-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2Л3.1 Э1 Э3 Э4 Э5	0	Устный опрос
2.2	Дифференцирование функции комплексной переменной /Пр/	3	8	ОК-6 ОК-7 ОПК-2	Л1.2 Л1.3Л2.3Л3.1	0	Решение задач
2.3	Дифференцирование функции комплексной переменной /Ср/	3	8	ОК-6 ОК-7 ОПК-2	Л1.3Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5	0	Подготовка к практическому занятию
	<b>Раздел 3. Интеграл от функции комплексной переменной</b>						
3.1	Интеграл от функции комплексной переменной /Лек/	3	4	ОК-6 ОКП-2	Л1.2 Л1.3Л2.1Л3.1 Э1 Э3 Э4 Э5	0	Устный опрос
3.2	Интеграл от функции комплексной переменной /Пр/	3	8	ОК-6 ОК-7 ОПК-2	Л1.3Л2.1 Л2.3Л3.1	0	Решение задач
3.3	/Контр.раб./	3	0	ОК-6 ОК-7 ОПК-2		0	
3.4	Интеграл от функции комплексной переменной	3	8	ОК-6 ОК-7 ОПК-2	Л1.3Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5	0	Подготовка к практическому занятию
	<b>Раздел 4. Ряды аналитических функций</b>						
4.1	Ряды аналитических функций /Лек/	3	2	ОК-6 ОКП-2	Л1.3Л3.1 Э1 Э3 Э4 Э5	0	Устный опрос
4.2	Ряды аналитических функций /Пр/	3	4	ОК-6 ОК-7 ОПК-2	Л1.3Л3.1 Э2	0	Решение задач
4.3	Ряды аналитических функций /Ср/	3	4	ОК-6 ОК-7 ОПК-2	Л1.3Л2.3Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5	0	Подготовка к практическому занятию
	<b>Раздел 5. Теория вычетов</b>						
5.1	Теория вычетов /Лек/	3	4	ОК-6 ОК-7 ОПК-2	Л1.3Л3.1 Э1 Э3 Э4 Э5	0	Устный опрос
5.2	Теория вычетов /Пр/	3	8	ОК-6 ОК-7 ОПК-2	Л1.3Л3.1 Л3.2 Э2	0	Решение задач
5.3	Подготовка к экзамену /Ср/	3	9	ОК-6 ОК-7 ОПК-2	Л1.1Л2.6Л3.1 Э1 Э2 Э3 Э4 Э5	0	Подготовка к практическому занятию
	<b>Раздел 6. экзамен</b>						
6.1	/Экзамен/	3	27	ОК-6 ОК-7 ОПК-2	Л1.1 Л1.3Л3.1	0	

<b>5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ</b>
<b>5.1. Контрольные вопросы и задания</b>
Представлены в Приложении 1
<b>5.2. Темы письменных работ</b>
Представлены в Приложении 1
<b>5.3. Фонд оценочных средств</b>
Представлены в Приложении 1
<b>5.4. Перечень видов оценочных средств</b>
вопросы для устного опроса, практические задачи, контрольные работы, экзаменационные задачи и вопросы

<b>6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)</b>				
<b>6.1. Рекомендуемая литература</b>				
<b>6.1.1. Основная литература</b>				
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
Л1.1	Лунц Г. Л., Эльсгольц Л. Э.	Функции комплексного переменного с элементами операционного исчисления: [учебник]	СПб.: Лань, 2002	30
Л1.2	Шабат Б. В.	Функции одного переменного	М.: Лань, 2004	10
Л1.3	Волковвыский Л. И., Лунц Г. Л., Араманович И. Г.	Сборник задач по теории функций комплексного переменного	Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2002, <a href="http://www.iprbookshop.ru/17431">http://www.iprbookshop.ru/17431</a>	1
<b>6.1.2. Дополнительная литература</b>				
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
Л2.1	Шабат Б. В.	Введение в комплексный анализ: Учеб. пособие для студ. мех.-мат. фак. ун-тов	М.: Наука, 1969	8
Л2.2	Евграфов М. А.	Аналитические функции: Учеб. пособие	М.: Наука, 1965	13
Л2.3	Евграфов М. А.	Аналитические функции: учебное пособие [для студентов университетов и технических вузов с расширенной программой по математике]	СПб. [и др.]: Лань, 2008	7
<b>6.1.3. Методические разработки</b>				
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
Л3.1	Гореликов А. В., Кармазин А. П.	Сборник типовых задач по курсу теории функций комплексного переменного: Учеб. пособие	Сургут: Изд-во СурГУ, 2001	163
Л3.2	Лунгу К. Н., Норин В. П., Письменный Д. Т., Шевченко Ю. А., Федин С. Н.	Сборник задач по высшей математике: с контрольными работами	М.: АЙРИС-пресс, 2007	21
<b>6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"</b>				
Э1	Научная электронная библиотека			

Э2	Многопрофильный образовательный ресурс «Консультант студента. Условия доступа: для чтения изданий необходима регистрация пользователя на сайте ЭБС «Консультант студента. Электронная библиотека технического вуза» с компьютера, подключенного к корпоративной сети университета. После регистрации необходимо открыть одну страницу любой книги, и с этого момента у пользователя есть доступ с любого компьютера, в том числе и домашнего
Э3	Электронно-библиотечная система IPRbooks – научно-образовательный ресурс по всем отраслям наук (ОКСО), в полном объеме соответствующий ФГОС ВО.
Э4	Электронно-библиотечная система издательства «Лань»
Э5	ЭБС Znanium.com - это коллекция электронных версий изданий (книг, журналов, статей и т.д.), сгруппированных по тематическим и целевым признакам
<b>6.3.1 Перечень программного обеспечения</b>	
6.3.1.1	MS Office
<b>6.3.2 Перечень информационных справочных систем</b>	
6.3.2.1	<a href="http://www.garant.ru/">http://www.garant.ru/</a> Информационно-правовой портал Гарант.ру
6.3.2.2	<a href="http://www.consultant.ru/">http://www.consultant.ru/</a> Справочно-правовая система Консультант Плюс

<b>7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)</b>	
7.1	Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа (практических занятий), групповых и индивидуальных консультаций, укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения (доска, экран (стационарный или переносной), портативный проектор):
7.2	Аудитории: У 903, У 902, У 704, У 708, У 701 (адрес: ул. Энергетиков, 22, СурГУ, корп. УНИКИТ).
7.3	Помещения для самостоятельной работы обучающихся, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечения доступа в электронную информационно-образовательную среду организации:
7.4	Читальные залы Научной библиотеки БУ ВО Ханты-Мансийского автономного округа - Югры «Сургутский государственный университет».

<b>8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)</b>	

**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА**  
**Приложение к рабочей программе по дисциплине**  
**ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО**

Квалификация выпускника	бакалавр
Направление подготовки	03.03.02
	Физика
Направленность (профиль)	Цифровые технологии в геофизике
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Прикладной математики
Выпускающая кафедра	Кафедра экспериментальной физики

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для  
оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности,  
характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения  
образовательной программы**

**Этап: проведение текущего контроля успеваемости по дисциплине**

**Тема 1. Комплексные числа. Вопросы для устного опроса**

1. Множество комплексных чисел.
2. Алгебраическая форма комплексного числа. Арифметические операции в алгебраической форме.
3. Геометрическое изображение комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа.
4. Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах. Формула Муавра, извлечение корня из комплексного числа.
5. Предел последовательности комплексных чисел.
6. Бесконечно удаленная точка. Стереографическая проекция.

***Примеры типовых контрольных заданий:***

(Сборник типовых задач по курсу теории функций комплексного переменного : Учеб. пособие / А. В. Гореликов, А. П. Кармазин ; Сургут. гос. ун-т. Фак. информ. технологий .— Сургут : Изд-во СурГУ, 2001.)

*Представить в тригонометрической и показательной форме комплексные числа и изобразить их.*

- |   |  |
|---|--|
| 1. $z_1 = 1 - i, z_2 = 1 + i.$                | 2. $z_1 = -1 + i\sqrt{3}, z_2 = -1 - i\sqrt{3}.$ |
| 3. $z_1 = \sqrt{3} + i, z_2 = -\sqrt{3} + i.$ | 4. $z_1 = 2 - 5i, z_2 = 2 + 5i.$                 |

*Произвести умножение и деление комплексных чисел.*

- |                                     |   |
|-------------------------------------|---|
| 9. $\frac{3-i}{4+5i}, (3-i)(4+5i).$ | 10. $\frac{1-2i}{1+i}, (\sqrt{3}+i)(\sqrt{2}-i\sqrt{2}).$ |
| 11. $\frac{1+i}{1-i}, (3+5i)(4-i).$ | 12. $\frac{4}{1-i}, (3+2i)(-2i).$                         |

*1) Возвести в степень и извлечь корни.*

- |                                    |                                       |
|------------------------------------|---------------------------------------|
| 15. $(1-i)^5, \sqrt[6]{-1}.$       | 16. $(4-7i)^3, \sqrt[3]{i}.$          |
| 17. $(\sqrt{8}-i)^2, \sqrt[3]{1}.$ | 18. $(1+i\sqrt{3})^{10}, \sqrt{1+i}.$ |



## Тема 2. Дифференцирование функции комплексной переменной. Вопросы для устного опроса

1. Понятие внутренней, внешней, предельной и граничной точки множества, понятие области; кривые на комплексной плоскости.
2. Понятие функции комплексной переменной. Предел функции. Непрерывность.
3. Понятие производной комплексной функции. Условия Коши-Римана. Понятие аналитической функции.
4. Свойства аналитических функций.
5. Геометрический смысл производной аналитической функции. Понятие конформного отображения.

### *Примеры типовых контрольных заданий:*

Проверить, выполняются ли условия Коши-Римана, и если они выполняются, найти производные следующих функций:

а)  $w = x^3 - 3xy^2 + i(3x^2y - y^3)$ ; б)  $w = xy - \frac{1}{2}i(x^2 - y^2)$ ;

в)  $w = x^3 + y + i(x + y^3)$ ; г)  $w = \frac{z}{\bar{z}}$ ; д)  $w = \operatorname{Re} z$ ; е)  $w = \operatorname{Im} z$ ; ж)  $w = |z|$ ; з)  $f(z) = y + xi$ ; и)

$f(z) = e^x \cos y + ie^x \sin y$ .

*Проверить, что  $u(x, y)$  (соответственно  $v(x, y)$ ) является действительной (мнимой) частью аналитической функции. Восстановить аналитическую в окрестности точки  $z_0$  функцию  $f(z)$  по ее известной действительной  $u(x, y)$  или мнимой части  $v(x, y)$  и значению  $f(z_0)$ .*

138.  $u = x^2 - y^2 + x$ ,  $f(0) = 0$ ; 139.  $u = x^3 - 3xy^2 + 1$ ,  $f(0) = 1$ ;

140.  $v = e^x(y \cos y + x \sin x)$ ,  $f(0) = 0$ ; 141.  $u = x^2 - y^2 - 2y$ ,  $f(0) = 0$ ;

142.  $u = \frac{e^{2x} + 1}{e^x} \cos y$ ,  $f(0) = 2$ .

143.  $u = \frac{x}{x^2 + y^2}$ ,  $f(1) = 1 + i$ ; 144.  $v = e^{-y} \sin x + y$ ,  $f(0) = 1$ .

145.  $v = e^x \cos y$ ,  $f(0) = 1 + i$ ; 146.  $v = -\frac{y}{(x+1)^2 + y^2}$ ,  $f(0) = 1$ .

147.  $v = y - \frac{y}{x^2 + y^2}$ ,  $f(1) = 2$ ; 148.  $u = e^{-y} \cos x$ ,  $f(0) = 1$ .

Определить, какая часть комплексной плоскости растягивается, а какая сжимается при действии функций:

а)  $f(z) = \ln(z-1)$ ; б)  $f(z) = e^z$ ; в)  $f(z) = \frac{1}{z}$ ;

г)  $f(z) = z^2$ ; д)  $f(z) = z^2 + 2z$ ; е)  $f(z) = z^3$ ; ж)  $f(z) = \ln z$ .

### Тема 3. Интеграл от функции комплексной переменной. Вопросы для устного опроса

1. Определение и общие свойства интеграла вдоль кривой от функции комплексной переменной.
2. Теорема Коши об интеграле от аналитической функции по замкнутому контуру. Теорема Коши, случай многосвязной области.
3. Понятие неопределенного интеграла от комплексной функции, теорема о первообразной.
4. Интеграл Коши.
5. Принцип максимума модуля аналитической функции.
6. Существование производной любого порядка аналитической функции.
7. Теорема Морера.
8. Теорема Лиувилля.

### Примеры типовых контрольных заданий:

Вычислить интеграл от функции комплексного по данной кривой.

175.  $\int_l z^2 dz$ ,  $l$  - радиус вектор точки  $z = 2 + i$ .

176.  $\int_l z^2 dz$ ,  $l$  - ломаная с вершинами в точках  $O(0,0)$ ,  $A(1,1)$ ,  $B(2,1)$ .

177.  $\int_l \operatorname{Im} z dz$ ,  $l$ : 1) прямолинейный отрезок, соединяющий точки  $0$  и  $(2+i)$ ; 2) ломаная, соединяющая точки  $0$  и  $i$  с точкой  $(2+i)$ .

178.  $\int_l z dz$ ,  $l$  - ломаная, соединяющая точки  $A = (-2,0)$ ,  $B = (-1,1)$ ,  $C = (1,1)$ ,  $D = (2,0)$ .

179.  $\int_l |z| dz$ ,  $l$  - полуокружность радиуса  $1$  с центром в  $0$ , лежащая в верхней полуплоскости, причем точка  $(-1,0)$  является начальной, а точка  $(+1,0)$  - конечной.

180.  $\int_l \frac{z}{z} dz$ ,  $l$  - граница области  $1 \leq |z| \leq 2$ ,  $\operatorname{Im} z > 0$ .

$$181. \int_l \frac{dz}{z}, l - \text{окружность } |z|=r.$$

$$182. \int_l \frac{z^2}{z-8i} dz, l - \text{окружность } |z|=1.$$

$$183. \int_l \frac{dz}{\sqrt{z}}, l - \text{верхняя половина окружности } |z|=1, \text{ обходимая в положительном направлении.}$$

$$184. \int_l \frac{dz}{z^3+4z}, l = \{|z|=3\}.$$

$$185. \int_l \frac{2z-1-i}{(z-1)(z-i)} dz, l = \{|z|=e\}.$$

#### Тема 4. Ряды аналитических функций. Вопросы для устного опроса

1. Функциональные ряды, равномерная сходимость. Условия равномерной сходимости (признак Вейерштрасса, критерий Коши).
2. Свойства равномерно сходящихся рядов.
3. Степенные ряды. Теорема Абеля. Круг сходимости, радиус сходимости степенного ряда.
4. Ряд Тейлора, теорема о разложении аналитических функций в степенной ряд.
5. Нули аналитической функции. Теорема о нулях аналитической функции, следствия из нее. Теорема единственности аналитической функции.
6. Аналитическое продолжение. Продолжение с действительной оси. Продолжение соотношений.
7. Понятие ряда Лорана. Область сходимости ряда Лорана.
8. Теорема о разложении аналитической функции в ряд Лорана.
9. Классификация изолированных особых точек аналитической функции. Теоремы о характере разложения функций в ряд Лорана в проколотых окрестностях изолированных особых точек.

#### Примеры типовых контрольных заданий:

Найти разложение в ряд Лорана данной функции по степеням  $z$ .

$$222. \frac{z-2}{2z^3+z^2-z}; \quad 223. \frac{z-4}{z^4+z^3-2z^2};$$

$$224. \frac{3z-18}{2z^3+3z^2-9z}; \quad 225. \frac{2z-16}{z^4+2z^3-8z^2};$$

$$226. \frac{5z-50}{2z^3+5z^2-25z}; \quad 227. \frac{3z-36}{z^4+3z^3-18z^2};$$

Найти разложение в ряд Лорана данной функции по степеням  $z - z_0$ .

$$232. \frac{z+1}{z(z-1)}, z_0 = 1+2i. \quad 233. \frac{z+1}{z(z-1)}, z_0 = 2-3i.$$

$$234. \frac{z+1}{z(z-1)}, z_0 = -3-2i. \quad 235. \frac{z+1}{z(z-1)}, z_0 = 2-i.$$

Данную функцию разложить в ряд Лорана в окрестности точки  $z_0$ .

$$244. z \cos \frac{1}{z-2}, z_0 = 2. \quad 245. \sin \frac{z}{z-1}, z_0 = 1.$$

$$246. ze^{\frac{z}{z-5}}, z_0 = 5. \quad 247. \sin \frac{2z-7}{z+2}, z_0 = -2$$

Найти особые точки, для полюсов указать их порядок и исследовать поведение функций в окрестности этих точек.

$$274. \frac{z^2-1}{z^2+1}. \quad 275. \frac{1}{1-\cos z}. \quad 276. \frac{1-e^{-z}}{z}.$$

$$277. \frac{2 \sin \frac{z}{2} - z}{z^3}. \quad 278. \frac{z+2}{z(z-1)^2}. \quad 279. \cos \frac{1}{z-2}.$$

$$280. \frac{1}{z-z^3}. \quad 281. \frac{1}{1-\sin z}. \quad 282. \frac{z^4}{1+z^4}.$$

## Тема 5. Теория вычетов. Вопросы для устного опроса

1. Понятие вычета аналитической функции в изолированной особой точке, формулы вычисления вычетов.
2. Теорема Коши о вычетах.
3. Вычет в бесконечности. Теорема о полной сумме вычетов.
4. Вычисление определенных и несобственных интегралов специального вида с помощью теории вычетов.

### Примеры типовых контрольных заданий:

Вычислить с помощью вычетов интегралы, обходя замкнутые контуры в положительном направлении.

$$333. \int_{|z|=2} \frac{e^{2z}}{z(z-1)^2(z+3)} dz.$$

$$334. \int_L \frac{dz}{z^4+1}, \text{ где } L - \text{окружность } x^2 + y^2 = 2x.$$

$$335. \int_{|z|=4} \frac{z^{15}}{(z^2+1)(z^4+2)^3} dz.$$

$$336. \int_L \frac{zdz}{z^4-1}, \text{ где } L - \text{ окружность: а) } |z-1| = \frac{3}{2}; \text{ б) } |z|=2.$$

$$337. \int_L \frac{zdz}{z(z+2)(z+4)}, \text{ где } L - \text{ окружность: а) } |z|=1; \text{ б) } |z|=3; \text{ в) } |z|=5.$$

$$338. \int_{|z|=4} \frac{(z+1)dz}{(z-1)(z-2)(z-3)}.$$

$$339. \int_{|z|=2} \frac{\sin z dz}{(z+1)^2(z-i)}.$$

$$340. \int_{|z|=3} \frac{z^2 dz}{(z^2+1)(z-2)}.$$

*Вычислить несобственный интеграл от рациональной функции.*

$$379. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^4+1}. \quad 380. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+25)(9x^2+1)}.$$

$$381. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{x^4+1} dx. \quad 382. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^3}.$$

$$383. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+4)(x^2+9)}.$$

$$384. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2+1}{x^4+1} dx. \quad 385. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+a^2)^2} \quad (a > 0).$$

**Этап: проведение промежуточной аттестации по дисциплине (экзамен)**

Задание для показателя оценивания дескриптора «Знает»	Вид задания
<p><i>Сформулируйте развернутые ответы на следующие теоретические вопросы (сформулировать основные определения, теоремы, свойства; привести доказательства основных теорем, продемонстрировать примеры, при необходимости проиллюстрировать ответ графиками, рисунками):</i></p> <p><i>работы обучающегося по отдельным разделам дисциплины</i></p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Множество комплексных чисел.</li><li>2. Алгебраическая форма комплексного числа. Арифметические операции в алгебраической форме.</li><li>3. Геометрическое изображение комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа.</li><li>4. Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах. Формула Муавра, извлечение корня из комплексного числа.</li><li>5. Предел последовательности комплексных чисел.</li><li>6. Бесконечно удаленная точка. Стереографическая проекция.</li><li>7. Понятие внутренней, внешней, предельной и граничной точки множества, понятие области; кривые на комплексной плоскости.</li><li>8. Понятие комплексной функции. Предел функции. Непрерывность.</li><li>9. Понятие производной комплексной функции. Условия Коши-Римана. Понятие аналитической функции.</li><li>10. Свойства аналитических функций.</li><li>11. Геометрический смысл производной аналитической функции. Понятие конформного отображения.</li><li>12. Определение и общие свойства интеграла вдоль кривой от функции комплексной переменной.</li><li>13. Теорема Коши об интеграле от аналитической функции по замкнутому контуру. Теорема Коши, случай многосвязной области.</li><li>14. Понятие неопределенного интеграла от комплексной</li></ol>	- теоретический

функции, теорема о первообразной.

15. Интеграл Коши.

16. Принцип максимума модуля аналитической функции.

17. Существование производной любого порядка аналитической функции.

18. Теорема Морера.

19. Теорема Лиувилля.

20. Функциональные ряды, равномерная сходимость. Условия равномерной сходимости (признак Вейерштрасса, критерий Коши).

21. Свойства равномерно сходящихся рядов.

22. Степенные ряды. Теорема Абеля. Круг сходимости, радиус сходимости степенного ряда.

23. Ряд Тейлора, теорема о разложении аналитических функций в степенной ряд.

24. Нули аналитической функции. Теорема о нулях аналитической функции, следствия из нее. Теорема единственности аналитической функции.

25. Аналитическое продолжение. Продолжение с действительной оси. Продолжение соотношений.

26. Понятие ряда Лорана. Область сходимости ряда Лорана.

27. Теорема о разложении аналитической функции в ряд Лорана.

28. Классификация изолированных особых точек аналитической функции. Теоремы о характере разложения функций в ряд Лорана в проколотых окрестностях изолированных особых точек.

29. Понятие вычета аналитической функции в изолированной особой точке, формулы вычисления вычетов.

30. Теорема Коши о вычетах.

31. Вычет в бесконечности. Теорема о полной сумме вычетов.

32. Вычисление определенных и несобственных интегралов специального вида с помощью теории вычетов.

33. Определение и основные свойства преобразования Лапласа.

34. Основные свойства изображений. 35. Определение оригинала по изображению. Формула Меллина. Условия существования оригинала.	
---	--

Задание для показателя оценивания дескриптора «Умеет»	Вид задания
1. Арифметические операции над комплексными числами в алгебраической, тригонометрической и показательной формах. 2. Восстановление аналитической функции по ее известной действительной или мнимой части. 3. Разложение функции в ряд Лорана. 5. Вычисление интегралов с помощью теории вычетов. 6. Нахождение изображений функций. 7. По заданным изображениям, найти оригинал. 8. Решить задачу Коши для линейного ОДУ методами операционного исчисления.	- практический

Задание для показателя оценивания дескриптора «Владеет»	Вид задания
1. Арифметические операции над комплексными числами в алгебраической, тригонометрической и показательной формах. 2. Восстановление аналитической функции по ее известной действительной или мнимой части. 3. Разложение функции в ряд Лорана. 5. Вычисление интегралов с помощью теории вычетов. 6. Нахождение изображений функций. 7. По заданным изображениям, найти оригинал. 8. Решить задачу Коши для линейного ОДУ методами операционного исчисления.	- практический



**Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций, описание шкал оценивания**

**Этап: проведение текущего контроля успеваемости по дисциплине**  
 Схема оценивания правильности выполнения контрольной работы.

Тип задания	Проверяемые компетенции	Критерии оценки	Оценка
Контрольная работа	ОК-7 ОПК-2	Задания контрольной работы выполнены в целом верно, но решение может содержать незначительные технические ошибки.	Аттестован
		Не выполнено хотя бы одно из двух заданий контрольной работы.	Не аттестован

**Этап: проведение промежуточной аттестации по дисциплине (экзамен)**  
 В билете на экзамене содержится:

два теоретических задания (вопроса) и одно практическое задание. Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются по четырехбалльной шкале с оценками: «отлично»; «хорошо»; «удовлетворительно»; «неудовлетворительно». Общая оценка выставляется по следующей схеме оценивания ответа на экзамене.

**Схема оценивания ответа на экзамене**

Задания в билете	Проверяемые компетенции	Оценка	Набранные баллы
Вопрос №1	ОК-6 ОК-7 ОПК-2	отлично	5
		хорошо	4
		удовлетворительно	3
		неудовлетворительно	2
Вопрос №2		отлично	5
		хорошо	4

		удовлетворительно	3
		неудовлетворительно	2
Практическое задание		отлично	5
		хорошо	4
		удовлетворительно	3
		неудовлетворительно	2
Общая оценка		отлично	14-15
		хорошо	12-13
		удовлетворительно	9-11
		неудовлетворительно	6-8

•