

**Бюджетное учреждение высшего образования
Ханты-Мансийского автономного округа-Югры
"Сургутский государственный университет"**



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по УМР

В. Коновалова

20 июня 2019 г., протокол УС №6

МОДУЛЬ "ИНФОРМАТИКА"

Численные методы и математическое моделирование

рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой	Прикладной математики
Учебный план	b030302-ЦифрТех-19-1.plx 03.03.02 ФИЗИКА Направленность (профиль): Цифровые технологии в геофизике
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	очная
Общая трудоемкость	4 ЗЕТ

Часов по учебному плану	144	Виды контроля	в семестрах:
в том числе:		экзамены	4
аудиторные занятия	48		
самостоятельная работа	60		
часов на контроль	36		

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	4 (2.2)		Итого	
	Неделя	17,3		
Вид занятий	уп	рпд	уп	рпд
Лекции	16	16	16	16
Лабораторные	32	32	32	32
В том числе инт.	32	32	32	32
Итого ауд.	48	48	48	48
Контактная работа	48	48	48	48
Сам. работа	60	60	60	60
Часы на контроль	36	36	36	36
Итого	144	144	144	144

Программу составил(и):

к.ф.-м.н., доцент, Ряховский А.В.; старший преподаватель, Бычин И.В.



Рабочая программа дисциплины

Численные методы и математическое моделирование

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 03.03.02 (уровень бакалавриата) (приказ Минобрнауки России от 07.08.2014г. №937)

составлена на основании учебного плана:

03.03.02 ФИЗИКА

Направленность (профиль): Цифровые технологии в геофизике

утвержденного учёным советом вуза от 20 июня 2019 г., протокол УС №6

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры

Прикладной математики

Протокол от 03 06 2019 г. № 12

Срок действия программы: уч.г.

Зав. кафедрой к.ф.-м.н., доцент Гореликов Андрей Вячеславович



Председатель УМС к.т.н., доцент Тараканов Д.В.
04 06 2019 г. 06/19



1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
1.1	Формирование у студентов фундаментальных знаний основ численных методов и математического моделирования.
1.2	Формирование у студентов навыков реализации численных методов в виде программного обеспечения, проведения вычислительных экспериментов и интерпретации их результатов.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП	
Цикл (раздел) ООП:	Б1.Б.05
2.1	Требования к предварительной подготовке обучающегося:
2.1.1	Аналитическая геометрия
2.1.2	Программирование
2.1.3	Линейная алгебра
2.1.4	Математический анализ
2.1.5	Векторный и тензорный анализ
2.1.6	Теория функций комплексного переменного
2.2	Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:
2.2.1	Основы научных исследований
2.2.2	Производственная практика, научно-исследовательская работа
2.2.3	Компьютерные технологии в геофизике
2.2.4	Геодинамика и математическое моделирование

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
ОК-6: способностью работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия	
ОК-7: способностью к самоорганизации и самообразованию	
ОПК-2: способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	
ОПК-5: способностью использовать основные методы, способы и средства получения, хранения, переработки информации и навыки работы с компьютером как со средством управления информацией	

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	Знать:
3.1.1	- основные численные методы и модели для решения задач алгебры, математического анализа и дифференциальных уравнений;
3.1.2	- основы математического моделирования для решения задач профессиональной деятельности.
3.2	Уметь:
3.2.1	- изучать новые понятия и методы как самостоятельно, так и в составе коллектива;
3.2.2	- самостоятельно реализовывать численные методы в виде программного обеспечения.
3.3	Владеть:
3.3.1	- реализовывать численные методы в виде прикладных программ как самостоятельно, так и в составе коллектива разработчиков;
3.3.2	- навыками проведения вычислительных экспериментов и интерпретации их результатов с учетом границ применимости моделей.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)							
Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература	Инте ракт.	Примечание
	Раздел 1. Численные методы математического анализа						

1.1	Решение уравнений с одним неизвестным: метод Ньютона, метод дихотомии, метод простой итерации, метод секущих. Решение системы нелинейных уравнений. Интерполяция: интерполяционные многочлены Ньютона и Лагранжа. Численные методы поиска экстремума. Численное интегрирование и дифференцирование. Численные методы поиска минимума. Метод наименьших квадратов и его применение для интерпретирования результатов экспериментов. Основы теории погрешностей. /Лек/	4	6	ОПК-2	Л1.2Л2.2 Э1 Э2 Э3	6	
1.2	Решение уравнений с одним неизвестным: метод Ньютона, метод дихотомии, метод простой итерации, метод секущих. Решение системы нелинейных уравнений. Интерполяция: интерполяционные многочлены Ньютона и Лагранжа. Численные методы поиска экстремума. Численное интегрирование и дифференцирование. Численные методы поиска минимума. Метод наименьших квадратов и его применение для интерпретирования результатов экспериментов. Основы теории погрешностей. /Лаб/	4	12	ОК-6 ОПК-2 ОПК-5	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3	6	Лабораторная работа (Приложение 1)

1.3	Решение уравнений с одним неизвестным: метод Ньютона, метод дихотомии, метод простой итерации, метод секущих. Решение системы нелинейных уравнений. Интерполяция: интерполяционные многочлены Ньютона и Лагранжа. Численные методы поиска экстремума. Численное интегрирование и дифференцирование. Численные методы поиска минимума. Метод наименьших квадратов и его применение для интерпретирования результатов экспериментов. Основы теории погрешностей. /Ср/	4	20	ОК-7 ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3	0	Устный опрос (Приложение 1)
1.4	/Контр.раб./	4	0	ОК-6 ОК-7 ОПК-2 ОПК-5	Л1.1 Л1.2	0	Контрольная работа (Приложение 1)
Раздел 2. Численные методы линейной алгебры							
2.1	Численные методы решения СЛАУ. Метод Гаусса, метод Якоби, метод Гаусса-Зейделя, метод прогонки. Нахождение обратной матрицы. Численные методы решения задачи на собственные значения. /Лаб/	4	10	ОК-6 ОПК-2 ОПК-5	Л1.1 Л1.2Л2.1Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3	6	Лабораторная работа (Приложение 1)
2.2	Численные методы решения СЛАУ. Метод Гаусса, метод Якоби, метод Гаусса-Зейделя, метод прогонки. Нахождение обратной матрицы. Численные методы решения задачи на собственные значения. /Лек/	4	4	ОПК-2	Л1.2Л2.2 Э1 Э2 Э3	4	

2.3	Численные методы решения СЛАУ. Метод Гаусса, метод Якоби, метод Гаусса-Зейделя, метод прогонки. Нахождение обратной матрицы. Численные методы решения задачи на собственные значения. /Ср/	4	20	ОК-7 ОПК-2	Л1.1Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3	0	Устный опрос (Приложение 1)
Раздел 3. Численные методы решения дифференциальных							
3.1	Задача Коши. Схема Эйлера и метод Рунге-Кутты. Краевая задача. Метод стрельбы. Конечно-разностный метод. Численные методы решения системы ОДУ. Численные методы решения уравнений в частных производных. Основы математического моделирования. Проведение вычислительного эксперимента и анализ результатов. /Лек/	4	6	ОПК-2	Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3	6	
3.2	Задача Коши. Схема Эйлера и метод Рунге-Кутты. Краевая задача. Метод стрельбы. Конечно-разностный метод. Численные методы решения системы ОДУ. Численные методы решения уравнений в частных производных. Основы математического моделирования. Проведение вычислительного эксперимента и анализ результатов. /Лаб/	4	10	ОК-6 ОПК-2 ОПК-5	Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.1 Л3.2 Э1 Э2 Э3	4	Лабораторная работа (Приложение 1)

3.3	Задача Коши. Схема Эйлера и метод Рунге-Кутты. Краевая задача. Метод стрельбы. Конечно-разностный метод. Численные методы решения системы ОДУ. Численные методы решения уравнений в частных производных. Основы математического моделирования. Проведение вычислительного эксперимента и анализ результатов. /Ср/	4	20	ОК-7 ОПК-2	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3	0	Устный опрос (Приложение 1)
3.4	/Экзамен/	4	36	ОК-6 ОК-7 ОПК-2 ОПК-5	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2 Э1 Э2 Э3	0	

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Контрольные вопросы и задания

Представлены в приложении 1

5.2. Темы письменных работ

Представлены в приложении 1

5.3. Фонд оценочных средств

Представлены в приложении 1

5.4. Перечень видов оценочных средств

Лабораторные работы, контрольная работа, устный опрос.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
Л1.1	Гидаспов В. Ю., Пирумов У. Г.	Численные методы: Сборник задач	М.: Дрофа, 2007	35

Л1.2	Волков Е.А.	Численные методы: учеб. пособие	Москва: Лань, 2008, http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=54	1
6.1.2. Дополнительная литература				
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
Л2.1	Колдаев В. Д., Гагарина Л. Г.	Численные методы и программирование: Учебное пособие	Москва: Издательский Дом "ФОРУМ", 2017, http://znanium.com/go.php?id=672965	1
Л2.2	Савенкова Н. П., Проворова О. Г., Мокин А. Ю.	Численные методы в математическом моделировании: Учебное пособие	Москва: ООО "АРГАМАК-МЕДИА", 2017, http://znanium.com/go.php?id=774278	1
6.1.3. Методические разработки				
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
Л3.1	Шевченко Г.И., Куликова Т.А.	Численные методы: практикум	Ставрополь: Северо-Кавказский федеральный университет, 2016, http://www.iprbookshop.ru/62885.html	1
Л3.2	Суслова С. А.	Численные методы: Методические указания к выполнению лабораторных работ	Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2012, http://www.iprbookshop.ru/55178.html	1

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	Научная электронная библиотека
Э2	Многопрофильный образовательный ресурс «Консультант студента».
Э3	крупнейший бесплатный архив электронных публикаций научных статей и их препринтов по физике, математике, астрономии, информатике и биологии

6.3.1 Перечень программного обеспечения

6.3.1.1	Операционная система Microsoft, пакет прикладных программ Microsoft Office.
---------	---

6.3.2 Перечень информационных справочных систем

6.3.2.1	«Национальная электронная библиотека» нэб.рф
6.3.2.2	http://www.garant.ru/ Информационно-правовой портал Гарант.ру
6.3.2.3	http://www.consultant.ru/ Справочно-правовая система Консультант Плюс
6.3.2.4	Электронные книги Springer Nature (Science, Technology and Medicine Collections) https://link.springer.com/

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1	Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа (практических занятий), групповых и индивидуальных консультаций, укомплектованные специализированной мебелью и техническими средствами обучения (доска, экран (стационарный или переносной), проектор (стационарный или переносной)). Помещения для самостоятельной работы обучающихся, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечения доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.
-----	---

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

--	--

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

Приложение к рабочей программе по дисциплине

Численные методы и математическое моделирование

Квалификация выпускника	бакалавр
Направление подготовки	03.03.02
	Физика
Направленность (профиль)	Цифровые технологии в геофизике
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Прикладной математики
Выпускающая кафедра	Экспериментальной физики

Типовые задания и иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения дисциплины «Численные методы и математическое моделирование».

Этап: проведение текущего контроля успеваемости по дисциплине «Численные методы и математическое моделирование»

Раздел 1. Численные методы математического анализа

Темы типовых лабораторных работ:

1. Численно решить заданное уравнение методом:
 - 1) простых итераций;
 - 2) Ньютона;
 - 3) секущих.

2. По заданной таблице узловых значений построить интерполяционный многочлен:
 - 1) Ньютона;
 - 2) Лагранжа;
 - 3) Эрмита.

3. Численно вычислить значения заданного определенного интеграла по формуле:
 - 1) центральных прямоугольников;
 - 2) трапеций;
 - 3) Симпсона.

4. Решить заданную систему нелинейных уравнений методом:
 - 1) простой итерации;
 - 2) Ньютона.

Вопросы для устного опроса

1. Классификация погрешной. Устранимая, неустранимая, погрешность округления, погрешность модели, погрешность метода.
2. Абсолютная и относительная погрешности.
3. Сходимость метода Ньютона и метода секущих.
4. Единственность существования интерполяционного многочлена.
5. Погрешности метода центральных прямоугольников и метода трапеций.
6. Описать метод дихотомии.

Раздел 2. Численные методы линейной алгебры

Темы типовых лабораторных работ:

1. Численно решить заданную СЛАУ методом:
 - 1) Якоби;
 - 2) Зейделя;
 - 3) LU-разложения;
 - 4) трехдиагональной прогонки;
 - 5) Гаусса.

2. Написать программу для численного решения задачи о собственных значениях матрицы методом:

- 1) вращений Якоби;
- 2) LU-разложения;
- 3) Данилевского.

Вопросы для устного опроса

1. Описать метод Гаусса.
2. Описать метод Якоби.
3. Что значит, что матрица плохо обусловлена?
4. Перечислите особенности метода LU-разложения.

Типовой вариант контрольной работы:

1. Для решения уравнения

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

на отрезке $[-1; 2]$ используется метод дихотомии. Выполняется третий шаг. Какой из указанных интервалов будет содержать корень?

- а) $[0; 2]$;
- б) $[0.5; 2]$;
- в) $[0.875; 1.25]$;
- г) $[0.9; 1.25]$;
- д) $[0.5; 1.25]$.

2. Определить отрезок, на котором уравнение $x^2 - 5\sin x = 0$ имеет хотя бы один корень?

- а) $[\frac{\pi}{2}; \pi]$;
- б) $[0.1; \frac{\pi}{2}]$;
- в) $[2.5; \pi]$;
- г) $[\frac{\pi}{2}; 1.6]$;
- д) уравнение корней не имеет.

3. Какой метод решения нелинейных уравнений наиболее чувствителен к выбору начального приближения (с точки зрения скорости сходимости)?

- а) Ньютона;
- б) бисекций;
- в) итераций;
- г) Зейделя
- д) хорд.

4. Уравнение $f(x)=0$ в методе итераций приводится к виду $x = \varphi(x)$. Какое условие должно выполняться для функции $\varphi(x)$?

- а) $\varphi(x)\varphi''(x) > 0$;
- б) $\max|\varphi'(x)| < 1$;
- в) $\max|\varphi''(x)| < 1$;
- г) $\varphi(x)\varphi''(x) < 0$;

д) нет верного ответа.

5. На каком из указанных интервалов возможно применение метода Ньютона для решения уравнения $x^3 - x^2 - 25x + 2 = 0$?

а) $[5, 6]$;

б) $[2, 3]$;

в) $[-3, -1]$;

г) $[-2.1, -1.2]$;

д) ни на одном из указанных интервалов.

6. Пусть применен один шаг метода хорд для решения нелинейного уравнения

$$x^4 + x^3 - 2x^2 - 10x - 2 = 0$$

на отрезке $[2; 3]$. Какой интервал получим для дальнейшего поиска корня?

а) $[2.48; 3]$;

б) $[2.09; 3]$;

в) $[2; 2.09]$;

г) $[2; 2.5]$;

7. Даны следующие шаги алгоритма решения систем нелинейных уравнений методом простых итераций:

1) $x^{(k+1)} = \varphi(x^{(k)})$;

2) $k := 0$ (номер итерации);

3) если $\|x^{(k+1)} - x^{(k)}\| \leq \varepsilon$, то корень $x^{(k+1)}$, иначе $k := k + 1$ и выполнить шаги 1, 3;

4) выбрать начальное приближение $x^{(0)}$.

Выбрать правильную последовательность их реализации.

а) 1), 2), 3), 4);

б) 4), 3), 2), 1);

в) 4), 2), 1), 3);

г) 4), 3), 1), 2).

8. Уравнение $f(x)=0$ решается методом Ньютона. Какая из нижеприведенных формул является правильной?

а) $x_{k+1} = x_k - \frac{x_k - x_{k-1}}{f(x_k) - f(x_{k-1})} \cdot f(x_k)$;

б) $x_{k+1} = \varphi(x_k)$;

в) $x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$;

г) $x_{k+1} = \frac{a+b}{2}$.

9. Из нижеприведенных формул выбрать ту, которая соответствует итерационному процессу вычисления корня уравнения $x^3 + 3x^2 - 1 = 0$ методом простой итерации для интервала $[-3; -2]$.

а) $x_{n+1} = \frac{1}{x_n^2} - 3$;

б) $x_{n+1} = \sqrt{(1 - 3x_n^2)/3}$;

в) $x_{n+1} = \frac{1}{x_n^2} - 2$;

г) $x_{n+1} = \sqrt{(1 - x_n^3)/3}$.

10. Для нелинейного уравнения $x^3 - x^2 - 16x + 4 = 0$ определить отрезки, содержащие только один корень.

- а) $[-4; -2], [-1; 8]$;
- б) $[-4; -2], [-2; 8/3], [4; 5]$;
- в) $[-2; 10]$;
- г) $[-3; -2], [-2; -1], [2; 4]$;
- д) $[-4; 8]$.

11. Система линейных алгебраических уравнений $Ax=b$, где

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1,5 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 5,5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

решается методом скалярной прогонки $x_i = \alpha_i x_{i+1} + \beta_i$. Чему равны коэффициенты α_1, β_1 ?

- а) $\alpha_1 = 3, \beta_1 = 1$
- б) $\alpha_1 = 3, \beta_1 = 4$
- в) $\alpha_1 = -1, \beta_1 = 4$
- г) $\alpha_1 = -1/3, \beta_1 = 4/3$
- д) $\alpha_1 = -1/3, \beta_1 = -4/3$

12. Какой из приведенных ниже методов наиболее подходит для решения системы линейных алгебраических уравнений $Ax=b$, где

$$A = \begin{pmatrix} 12 & -6 & 76 & 1 \\ 3 & 7 & 7 & 2 \\ 5 & -3 & 7 & -6 \\ 6 & 5 & -9 & 7 \end{pmatrix}, \quad \text{cond}(A) = 15.73.$$

- а) метод вращений
- б) метод Гаусса
- в) метод квадратных корней
- г) метод скалярной прогонки
- д) правильного ответа нет

13. Дана матрица:

$$A = \begin{pmatrix} 10 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & -2 \\ 4 & -7 & 5 \end{pmatrix}.$$

Чему равна норма $\|A\|_\infty$?

- а) 16;
- б) 12;
- в) 14;
- г) 17;
- д) нет правильного ответа.

14. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Какова будет матрица U после выполнения LU – разложения матрицы A?

$$a) U = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -0.67 & -1.67 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$б) U = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -0.33 & -1.67 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix};$$

$$в) U = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -0.67 & -1.67 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix};$$

$$г) U = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -0.67 & -1.67 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix};$$

д) невозможно выполнить LU-разложение матрицы A .

15. Вычисление определителя LU-факторизованной матрицы A , где

$$A = (a_{ij}), \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$L = \begin{cases} 0, & i < j, \\ 1, & i = j, \\ l_{ij}, & i > j, \end{cases} \quad U = \begin{cases} 0, & i > j, \\ u_{ij}, & i \leq j, \end{cases}$$

осуществляется как....

а) $\det A = a_{11}a_{22} \dots a_{nn}$;

б) $\det A = u_{11}u_{22} \dots u_{nn}$;

в) $\det A = l_{11}l_{22} \dots l_{nn}$;

г) верного ответа нет.

16. Решение СЛАУ $Ax=b$ методом квадратных корней состоит из следующих этапов:

- а) 1) представить $A=LU$;
 2) найти матрицы L, U ;
 3) из системы $Ly=b$ определить y ;
 4) из системы $Ux=y$ определить x .
- б) 1) представить $A=U^T U$;
 2) определить матрицы U, U^T ;
 3) из системы $U^T y=b$ определить y ;
 4) из системы $Ux=y$ определить x .

в) 1) на первом этапе из матрицы A получить верхнюю треугольную матрицу с единичными диагональными элементами;

- 2) на втором этапе, используя полученную матрицу, определить x .
 з) нет верного ответа.

17. Дана система линейных алгебраических уравнений $Ax=b$ с матрицей

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Укажите вид матрицы C после выполнения прямого хода метода Гаусса ($Ax=b$ преобразуется в $Cx=y$).

а) $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1/3 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$

б) $C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1/3 & -1/3 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$

в) $C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1/3 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$

г) $C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1/3 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$

д) для данной системы метод Гаусса не применим.

18. Какое из нижеприведенных выражений характеризует трудоемкость метода Гаусса решения СЛАУ?

- а) $\approx n^3/3$;
 б) $\approx n^2/2$;
 в) $\approx n$;
 г) $\approx 4n^3/3$.

Здесь n - число уравнений системы.

Раздел 3. Численные методы решения дифференциальных уравнений

1. Численно решить заданную задачу Коши методом:

- 1) Эйлера;
- 2) Эйлера-Коши;
- 3) Рунге-Кутты.

2. Решить заданную краевую задачу методом:

- 1) стрельбы;
- 2) конечных разностей.

Вопросы для устного опроса

1. Опишите метод Эйлера.
2. Опишите метод стрельбы.
3. Опишите метод конечных разностей.
4. Погрешности метода Эйлера и метода Рунге-Кутты.

Этап: проведение промежуточной аттестации по дисциплине

Задание для показателя оценивания дескриптора «Знает»	Вид задания
<p><i>Сформулируйте развернутые ответы на следующие теоретические вопросы (при необходимости продемонстрируйте вывод уравнений и доказательства теорем):</i></p> <p>1. Численное решение нелинейных уравнений. Постановка задачи. Отделение корней. Уточнение корней методом дихотомии (получение расчетных формул, условия применимости, скорость сходимости, геометрическая интерпретация, алгоритм).</p> <p>2. Численное решение нелинейных уравнений. Постановка задачи. Отделение корней. Уточнение корней методом Ньютона (получение расчетных формул, геометрическая интерпретация, условия применимости, алгоритм).</p> <p>3. Численное решение нелинейных уравнений. Постановка задачи. Отделение корней. Уточнение корней методом хорд (получение расчетных формул, геометрическая интерпретация, условия применимости, алгоритм).</p> <p>4. Численное решение нелинейных уравнений. Постановка задачи. Отделение корней. Уточнение корней методом простых итераций (получение расчетных формул, геометрическая интерпретация, условия применимости, алгоритм).</p> <p>5. Численное решение систем нелинейных уравнений. Постановка задачи. Метод простых итераций (алгоритм, скорость его сходимости, условия применимости).</p> <p>6. Метод Ньютона численного решения систем нелинейных уравнений (идея, основные формулы, скорость сходимости, вычислительный алгоритм реализации). Модификации метода.</p> <p>7. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. Постановка задачи. Классификация методов. Традиционный метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений (идея, расчетные формулы, условия применимости, подсчет числа арифметических операций).</p> <p>8. Численное решение систем линейных</p>	- теоретический

алгебраических уравнений. Постановка задачи. Классификация методов. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений с выбором главного элемента по столбцу.

9. Краткие сведения о нормах векторов и матриц. Обусловленность систем линейных алгебраических уравнений. Число обусловленности, его свойства. Оценка погрешности решения СЛАУ.

10. LU-разложение матрицы. Решение СЛАУ на основе LU-разложения. Оценить трудоемкость метода.

11. Вычисление определителя при LU-разложении матрицы и при использовании метода Гаусса. Вычисление обратной матрицы.

12. Метод прогонки решения систем линейных алгебраических уравнений с трёхдиагональной матрицей (суть, получение расчетных формул, алгоритм, условия применимости, трудоемкость метода).

13. Метод квадратного корня решения систем линейных алгебраических уравнений (идея, алгоритм, матричная запись, вычислительный алгоритм, трудоемкость метода).

14. Контроль точности применения прямых методов решения СЛАУ. О вычислительных затратах прямых методов.

15. Итерационный метод Якоби решения систем линейных алгебраических уравнений (расчетные формулы, матричная запись, условия применимости, вычислительный алгоритм).

16. Итерационный метод Зейделя решения систем линейных алгебраических уравнений (расчетные формулы, матричная запись, условия применимости, вычислительный алгоритм).

17. Метод релаксаций для решения систем линейных алгебраических уравнений (расчетные формулы, матричная запись, условия применимости, вычислительный алгоритм).

18. Основные понятия проблемы собственных значений: собственное значение, собственный вектор, спектр и спектральный радиус матрицы, полная и частичная

проблема собственных значений. Исходные уравнения для определения собственных чисел и собственных векторов. Свойства собственных чисел и собственных векторов матрицы.

19. Итерационный метод вращения Якоби решения полной проблемы собственных значений (суть метода, получение основных расчетных формул, условия применимости, вычислительный алгоритм). Вычисление собственных векторов.

20. LU-алгоритм решения полной проблемы собственных значений (суть метода, условия применимости, вычислительный алгоритм). Вычисление собственных векторов.

21. Метод интерполяции и метод Данилевского для задачи на собственные значения (суть методов, условия применимости, вычислительный алгоритм). Вычисление собственных векторов.

22. Интерполирование функций. Постановка задачи, интерполяционный многочлен Лагранжа (идея, вывод основных формул, погрешность; сходимость интерполяционного процесса, вычислительный алгоритм).

23. Интерполирование функций. Постановка задачи, интерполяционный многочлен Ньютона (идея, алгоритм построения многочлена Ньютона, погрешность; сходимость интерполяционного процесса, вычислительный алгоритм).

24. Интерполирование сплайнами. Определение сплайна. Эрмитовы кубические интерполяционные сплайны. Вывод основных формул, алгоритм построения сплайна.

25. Нелокальные интерполяционные кубические сплайны (определение, граничные условия, вывод формул, алгоритм построения сплайнов). Сходимость интерполяционного процесса.

26. Восстановление функций. Подбор эмпирических формул. Постановка задачи. Типы ошибок в экспериментальных данных. Приемы подбора эмпирических формул. Метод наименьших квадратов.

27. Численное интегрирование. Постановка задачи. Формулы прямоугольников. Оценка погрешности методов.

Устойчивость формул численного интегрирования.

28. Численное интегрирование. Постановка задачи. Формулы трапеции, Симпсона. Оценка погрешности методов. Понятие порядка точности. Алгоритм вычисления интеграла с заданной точностью.

29. Численное дифференцирование. Постановка задачи. Формулы вычисления первой производной (с первым и вторым порядком точности) и второй производной для таблично заданной функции. Оценка погрешности. Устойчивость.

30. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Постановка задачи. Метод Эйлера, симметричная разностная схема. Исследование ошибки аппроксимации.

31. Методы Рунге-Кутты. Идея. Частные случаи методов. Вывод расчетных формул для метода Рунге-Кутты второго порядка точности. Их связь с другими методами решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

32. Постановка задачи модельного уравнения конвективного переноса. Свойства решений. Конечно-разностная схема «явный левый уголок» численного решения уравнения конвективного переноса. Полное исследование, алгоритм ее реализации.

33. Основные понятия теории разностных схем: разностная сетка, разностная схема, шаблон разностной схемы, явная (неявная) разностная схема, ошибка аппроксимации и порядок аппроксимации разностной схемы. Неявная четырехточечная конечно-разностная схема численного решения уравнения конвективного переноса. Полное исследование, алгоритм ее реализации.

34. Принцип Фурье-Неймана устойчивости конечно-разностных схем. Конечно-разностная схема «крест» численного решения уравнения теплопроводности. Полное исследование, алгоритм ее реализации.

35. Вычислительный эксперимент, его этапы. Дать характеристику этапов вычислительного эксперимента на примере задачи об одномерном конвективном переносе тепла в среде. Классификация погрешностей вычислительного эксперимента. Требования к вычислительным методам.

Задание для показателя оценивания дескриптора «Умеет»	Вид задания
<ol style="list-style-type: none"> 1. Оценить абсолютную и относительную погрешность вычислений. 2. Решить нелинейное алгебраическое уравнение методом Ньютона. 3. Решить систему нелинейных уравнений методом градиентного спуска. 4. Найти минимум функции одной и двух переменных. 5. Решить СЛАУ методом Гаусса. 6. Решить СЛАУ методами LU и квадратных корней. 7. Решить СЛАУ с трёхдиагональными матрицами методом прогонки. 8. Решить СЛАУ методами Якоби, Зейделя и релаксаций. 9. Решить задачу на собственные значения. 10. Построить интерполяционный многочлен в форме Ньютона и Лагранжа. 11. Построить многочлен Эрмита. 12. Построить сплайн. 13. Вычислить производные различных порядков и дать оценку погрешности по формуле Рунге. 14. Провести численное интегрирование по формулам Ньютона-Котеса и дать оценку погрешности по формуле Рунге. 15. Провести интегрирование по формулам Гаусса-Кристоффеля. 16. Решить ОДУ одним из приближённых методов. 17. Решить ОДУ методом Рунге-Кутты. 18. Решить краевую задачу разностным методом. 19. Решить краевую задачу методом Галёркина. 20. Решить задачу на собственные значения для ОДУ. 21. Построить разностную схему методом конечных разностей и методом неопределённых коэффициентов. 22. Провести исследование порядка аппроксимации схем 	<p>- практический</p>

<p>бегущего счёта.</p> <p>23. Исследовать порядка аппроксимации схемы Кранка-Никольсона.</p> <p>24. Построить продольно-поперечную схему для двумерного уравнения теплопроводности.</p> <p>25. Построить разностную схему для гиперболического уравнения.</p> <p>26. Численно решить эллиптические уравнение методом контрольного объема.</p> <p>27. Решить уравнение Вольтерра квадратурным методом.</p> <p>28. Решить одномерную стационарную задачу теплопроводности методом конечных элементов.</p>	
---	--

Задание для показателя оценивания дескриптора «Владеет»	Вид задания
<p>1. Оценить абсолютную и относительную погрешность вычислений.</p> <p>2. Решить нелинейное алгебраическое уравнение методом Ньютона.</p> <p>3. Решить систему нелинейных уравнений методом градиентного спуска.</p> <p>4. Найти минимум функции одной и двух переменных.</p> <p>5. Решить СЛАУ методом Гаусса.</p> <p>6. Решить СЛАУ методами LU и квадратных корней.</p> <p>7. Решить СЛАУ с трёхдиагональными матрицами методом прогонки.</p> <p>8. Решить СЛАУ методами Якоби, Зейделя и релаксаций.</p> <p>9. Решить задачу на собственные значения.</p> <p>10. Построить интерполяционный многочлен в форме Ньютона и Лагранжа.</p> <p>11. Построить многочлен Эрмита.</p> <p>12. Построить сплайн.</p> <p>13. Вычислить производные различных порядков и дать оценку погрешности по формуле Рунге.</p> <p>14. Провести численное интегрирование по формулам Ньютона-Котеса и дать оценку погрешности по формуле Рунге.</p>	- практический

- | | |
|--|--|
| <ol style="list-style-type: none">15. Провести интегрирование по формулам Гаусса-Кристоффеля.16. Решить ОДУ приближёнными методами.17. Решить ОДУ методом Рунге-Кутты.18. Решить краевую задачу разностным методом.19. Решить краевую задачу методом Галёркина.20. Решить задачу на собственные значения для ОДУ.21. Построить разностную схему методом конечных разностей и методом неопределённых коэффициентов.22. Провести исследование порядка аппроксимации схем бегущего счёта.23. Исследовать порядка аппроксимации схемы Кранка-Никольсона.24. Построить продольно-поперечную схему для двумерного уравнения теплопроводности.25. Построить разностную схему для гиперболического уравнения.26. Численно решить эллиптические уравнение методом контрольного объема.27. Решить уравнение Вольтерра квадратурным методом.28. Решить одномерную стационарную задачу теплопроводности методом конечных элементов. | |
|--|--|

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций, описание шкал оценивания

Этап: проведение текущего контроля успеваемости по дисциплине

Схема оценивания устного опроса

Считается, что обучающийся успешно ответил на вопросы устного опроса, если обучающийся демонстрирует уверенное и полное изложение полученных знаний при ответе на теоретические вопросы. Ответы логичные и обоснованные. Допускаются единичные несущественные ошибки, самостоятельно исправленные обучающимся.

Схема оценивания выполнения лабораторной работы

Обучающийся предоставил программный код, решающий поставленную в лабораторной работе задачу, на нескольких тестах продемонстрировал правильность работы программы и ответил на дополнительные вопросы по структуре программы

Тип задания	Проверяемые компетенции	Критерии оценки	Оценка
Контрольная работа	ОК-6 ОК-7	Процент правильно выполненных заданий составляет 80% и более.	Аттестован
	ОПК-2 ОПК-5	Процент правильно выполненных заданий составляет менее 80%.	Не аттестован
Лабораторные работы	ОК-6 ОК-7	Процент выполненных и защищенных в установленный срок лабораторных работ составляет 75% и более.	Аттестован
	ОПК-2 ОПК-5	Процент выполненных и защищенных в установленный срок лабораторных работ составляет менее 75%.	Не аттестован

Этап: проведение промежуточной аттестации по дисциплине (экзамен)

В билете на экзамене содержится:

два теоретических задания (вопроса) и одно практическое задание. Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются по четырехбалльной шкале с оценками: «отлично»; «хорошо»; «удовлетворительно»; «неудовлетворительно». Общая оценка выставляется по следующей схеме оценивания ответа на экзамене.

Схема оценивания ответа на экзамене

Задания в билете	Проверяемые компетенции	Оценка	Набранные баллы
Вопрос №1	ОК-6	отлично	5
	ОК-7	хорошо	4
	ОПК-2	удовлетворительно	3
	ОПК-5	неудовлетворительно	2
Вопрос №2	ОК-6	отлично	5
	ОК-7	хорошо	4
	ОПК-2	удовлетворительно	3
	ОПК-5	неудовлетворительно	2
Практическое задание	ОК-6	отлично	5
	ОК-7	хорошо	4
	ОПК-2	удовлетворительно	3
	ОПК-5	неудовлетворительно	2
Общая оценка	ОК-6	отлично	14-15
	ОК-7	хорошо	12-13
	ОПК-2	удовлетворительно	9-11
	ОПК-5	неудовлетворительно	6-8