Бюджетное учреждение высшего образования
Ханты-Мансийского автономного округа-Югры
"Сургутский государственный университет"

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по УМР

Е.В. Коновалова

20 июня 2019 г., протокол УС №6

МОДУЛЬ "ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА"
Теоретическая механика
рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **Экспериментальной физики**

Учебный план b030302-ЦифрТех-19-1.plx
03.03.02 ФИЗИКА
Направленность (профиль): Цифровые технологии в геофизике

Квалификация **Бакалавр**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **4 ЗЕТ**

Часов по учебному плану 144
в том числе:
аудиторные занятия 64
самостоятельная работа 44
часов на контроль 36

Виды контроля в семестрах:
экзамены 4

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	4 (2.2)		Итого	
Недель	17,3			
Вид занятий	УП	РПД	УП	РПД
Лекции	32	32	32	32
Практические	32	32	32	32
Итого ауд.	64	64	64	64
Контактная работа	64	64	64	64
Сам. работа	44	44	44	44
Часы на контроль	36	36	36	36
Итого	144	144	144	144

Программу составил(и):
к.ф.-м.н., доцент, С.Л. Лебедев

Рабочая программа дисциплины
Теоретическая механика

разработана в соответствии с ФГОС:
Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 03.03.02 (уровень бакалавриата) (приказ Минобрнауки России от 07.08.2014г. №937)

составлена на основании учебного плана:
03.03.02 ФИЗИКА
Направленность (профиль): Цифровые технологии в геофизике
утвержденного учёным советом вуза от 20 июня 2019 г., протокол УС №6

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры
Экспериментальной физики

Протокол от 17 05 2019 г. № 03/10
Срок действия программы: - уч.г.
Зав. кафедрой проф. А.В. Ельников

Председатель УМС к.т.н., доцент Тараканов Д.В.
07 06 2019 г. № 06/19

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
1.1	Выработка общего взгляда на механические процессы, освоение фундаментальных теоретических концепций классической механики, знакомство с математическими методами и их приложениями в физике.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП	
Цикл (раздел) ООП:	Б1.Б.08
2.1	**Требования к предварительной подготовке обучающегося:**
2.1.1	Математический анализ
2.1.2	Дифференциальные уравнения
2.1.3	Модуль "Математика"
2.1.4	Векторный и тензорный анализ
2.2	**Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:**
2.2.1	Методы ядерной геофизики
2.2.2	Термодинамика
2.2.3	Квантовая теория
2.2.4	Электродинамика
2.2.5	Механика сплошных сред
2.2.6	Линейные и нелинейные уравнения физики
2.2.7	Атомная физика
2.2.8	Физика атомного ядра и элементарных частиц

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
ОК-6: способностью работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия
ОК-7: способностью к самоорганизации и самообразованию
ОПК-3: способностью использовать базовые теоретические знания фундаментальных разделов общей и теоретической физики для решения профессиональных задач

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	**Знать:**
3.1.1	- вариационные принципы механики (Даламбера, Гамильтона, Мопертюи — Лагранжа);
3.1.2	- примеры построения функций Лагранжа в обобщённых координатах, понятие консервативной механической системы и пр.;
3.1.3	- особенности использования метода Лагранжа в системах с диссипацией;
3.1.4	- сущность взаимосвязи пространственно-временных симметрий и основных законов сохранения;
3.1.5	- особенности описания движения относительно неинерциальных систем отсчёта;
3.1.6	- общие методы решения уравнений колебаний в системах с несколькими степенями свободы;
3.1.7	- примеры описания систем со связями;
3.1.8	- основы канонического формализма Гамильтона – Якоби;
3.1.9	- примеры использования законов механики для решения профессиональных задач геофизики
3.1.10	
3.2	**Уметь:**
3.2.1	- находить решения уравнений Эйлера – Лагранжа в обобщённых координатах на примерах конкретных механических систем;
3.2.2	- применять законы сохранения для понижения порядка и нахождения решений ДУ;

3.2.3	- находить сечение рассеяния по заданному потенциалу (в простых задачах);
3.2.4	- использовать принцип относительности, в том числе – и для перехода в неинерциальные системы отсчёта;
3.2.5	- применять метод канонических преобразований к простейшим механическим системам;
3.2.6	- вести дискуссию, толерантно воспринимая этнические, личностные и другие особенности окружающих.
3.3	**Владеть:**
3.3.1	- методами решения линейных обыкновенных дифференциальных уравнений;
3.3.2	- методами исследования функций нескольких переменных на экстремум;
3.3.3	- вариационными принципами механики;
3.3.4	- вычислительными методами векторной алгебры и элементами дифференциальной геометрии пространственных кривых.
3.3.5	- вычислительными методами векторной алгебры и элементами дифференциальной геометрии пространственных кривых.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетен-ции	Литература	Инте ракт.	Примечание
	Раздел 1. Методы описания движений, кинематика						
1.1	Методы описания движений, кинематика /Лек/	4	4	ОК-7 ОПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1	0	
1.2	Методы описания движений, кинематика /Пр/	4	5	ОК-6 ОК-7 ОПК-3	Л1.1 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Решение задач
1.3	Методы описания движений, кинематика /Ср/	4	6	ОК-7 ОПК-3	Л1.1 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.4 Э1	0	Подготовка к решению задач
	Раздел 2. Принцип наименьшего действия и основная задача механики						
2.1	Принцип наименьшего действия и основная задача механики /Лек/	4	6	ОК-7 ОПК-3	Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.4Л3.2 Э1	0	
2.2	Принцип наименьшего действия и основная задача механики /Пр/	4	6	ОК-6 ОК-7 ОПК-3	Л1.1 Л1.3Л2.1 Л2.2	0	Решение задач
2.3	Принцип наименьшего действия и основная задача механики /Ср/	4	9	ОК-7 ОПК-3	Л1.1 Л1.2 Л1.3Л2.1 Л2.4 Э1	0	Подготовка к решению задач
	Раздел 3. Законы сохранения						
3.1	Законы сохранения /Лек/	4	4	ОК-7 ОПК-3	Л1.2 Л1.4Л2.3 Л2.4Л3.5 Л3.6 Л3.7 Э1	0	
3.2	Законы сохранения /Пр/	4	4	ОК-6 ОК-7 ОПК-3	Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.3	0	Решение задач
3.3	Законы сохранения /Ср/	4	7	ОК-7 ОПК-3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.4 Э1	0	Подготовка к решению задач
	Раздел 4. Малые колебания						
4.1	Малые колебания /Лек/	4	4	ОК-7 ОПК-3	Л1.3 Л1.4Л2.3 Л2.4 Э1	0	

4.2	Малые колебания /Пр/	4	4	ОК-6 ОК-7 ОПК-3	Л1.1 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3Л3.3	0	Решение задач
4.3	Малые колебания /Ср/	4	5	ОК-7 ОПК-3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.4Л3.3 Э1	0	Подготовка к решению задач
	Раздел 5. Уравнения движения твёрдого тела						
5.1	Уравнения движения твёрдого тела /Лек/	4	4	ОК-7 ОПК-3	Л1.2 Л1.4Л2.3 Л2.4Л3.1 Л3.4 Э1	0	
5.2	Уравнения движения твёрдого тела /Пр/	4	4	ОК-6 ОК-7 ОПК-3	Л1.1Л2.1 Л2.2Л3.3	0	Решение задач
5.3	Уравнения движения твёрдого тела /Ср/	4	7	ОК-7 ОПК-3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3 Л2.4 Э1	0	Подготовка к решению задач
5.4	/Контр.раб./	4	0			0	
	Раздел 6. Неинерциальные системы отсчёта						
6.1	Неинерциальные системы отсчёта /Лек/	4	4	ОК-7 ОПК-3	Л1.2 Л1.4Л2.3 Л2.4 Э1	0	
6.2	Неинерциальные системы отсчёта /Пр/	4	4	ОК-6 ОК-7 ОПК-3	Л1.1Л2.1 Л2.2	0	Решение задач
6.3	Неинерциальные системы отсчёта /Ср/	4	5	ОК-7 ОПК-3	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.3 Л2.4 Э1	0	Подготовка к решению задач
	Раздел 7. Основы канонического формализма						
7.1	Основы канонического формализма /Лек/	4	6	ОК-7 ОПК-3	Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.3 Л2.4Л3.3 Э1	0	
7.2	Основы канонического формализма /Пр/	4	5	ОК-6 ОК-7 ОПК-3	Л1.1 Л1.3Л2.1 Л2.2 Л2.3Л3.3	0	Решение задач
7.3	Основы канонического формализма /Ср/	4	5	ОК-7 ОПК-3	Л1.1Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1	0	Подготовка к решению задач
	Раздел 8.						
8.1	/Экзамен/	4	36	ОК-6 ОК-7 ОПК-3		0	

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Контрольные вопросы и задания

В приложении 1

5.2. Темы письменных работ

В приложении 1

5.3. Фонд оценочных средств

В приложении 1

5.4. Перечень видов оценочных средств

Контрольная работа
Экзамен

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)				
6.1. Рекомендуемая литература				
6.1.1. Основная литература				
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
Л1.1	Мещерский И. В., Пальмов В. А., Меркин Д. Р.	Задачи по теоретической механике: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки и специальностям в области техники и технологий по дисциплине "Теоретическая механика"	СПб. [и др.]: Лань, 2012	6
Л1.2	Веретенников В.Г., Синицын В.А.	Теоретическая механика	Москва: Физматлит, 2006, http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=47551	1
Л1.3	Маркеев А. П.	Теоретическая механика: Учебник для высших учебных заведений	Москва, Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2007, http://www.iprbookshop.ru/16633	1
Л1.4	Кузнецов С. И.	Физические основы механики	Томск: Национальный исследовательский Томский политехнический университет, 2007, http://znanium.com/go.php?id=417656	1
6.1.2. Дополнительная литература				
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
Л2.1	Мещерский И. В., Бутенин Н. В., Лурье А. И., Меркин Д. Р.	Сборник задач по теоретической механике: Учеб. пособие	М.: Наука.Гл.ред.физ.-мат.лит-ры, 1986	20
Л2.2	Коткин Г. Л., Сербо В. Г.	Сборник задач по классической механике	М.: Наука, 1977	2
Л2.3	Иродов И. Е.	Механика. Основные законы: Учеб. пособие для студентов высш. учеб. заведений	М.: Физматлит:Лаб.Базовых Знания;СПб.:Невский Диалект, 2000	2
Л2.4	Ландау Л.Д.	Теоретическая физика. В 10 томах. Том 1. Механика. Учебное пособие для вузов	Москва: Физматлит, 2007, http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2231	1
6.1.3. Методические разработки				
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
Л3.1	Горбач Н. И., Тульев В. Д.	Теоретическая механика: краткий справочник	М.: Инфра-М, 2004	4
Л3.2	Бать М. И., Джанелидзе Г. Ю., Кельзон А. С.	Статика и кинематика	СПб. [и др.]: Лань, 2010	1
Л3.3	Бать М. И., Джанелидзе Г. Ю., Кельзон А. С.	Динамика	СПб. [и др.]: Лань, 2010	1
Л3.4	Диевский В. А., Диевский А. В.	Теоретическая механика: интернет-тестирование базовых знаний	СПб. [и др.]: Лань, 2010	1

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Колич-во
Л3.5	Кирсанов М. Н., Кириллов А. И.	Решебник. Теоретическая механика	Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2008, http://www.iprbookshop.ru/17416	1
Л3.6	Антонов В. И.	Теоретическая механика (статика): Конспект лекций и содержание практических занятий	Москва: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2013, http://www.iprbookshop.ru/23750	1
Л3.7	Александрова Г. Г.	Теоретическая механика. Кинематика: Методические рекомендации для подготовки к решению тестовых задач	Москва: Московская государственная академия водного транспорта, 2010, http://www.iprbookshop.ru/46331	1

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	Лекциопедия - библиотека лекционного материала

6.3.1 Перечень программного обеспечения

6.3.1.1	Microsoft Office

6.3.2 Перечень информационных справочных систем

6.3.2.1	http://www.garant.ru/ Информационно-правовой портал Гарант.ру
6.3.2.2	http://www.consultant.ru/ Справочно-правовая система Консультант Плюс

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1	Помещения для проведения лекционных и лабораторных занятий укомплектованы необходимой специализированной учебной мебелью. Ряд лекционных аудиторий оснащен компьютерной техникой и проекторами для демонстрации видеоматериалов.

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА
Приложение к рабочей программе по дисциплине

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Квалификация выпускника	бакалавр
Направление подготовки	03.03.02 Физика
Направленность (профиль)	Цифровые технологии в геофизике
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Кафедра экспериментальной физики
Выпускающая кафедра	Кафедра экспериментальной физики

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Этап: проведение текущего контроля успеваемости по дисциплине (4 семестр)

РАЗДЕЛЫ I – VII

1. Записать преобразование поворота $\vec{r} \to \vec{r}\,' = \vec{r} + \delta\vec{\varphi} \times \vec{r}$ в матричной форме. Используйте следующие обозначения: $\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \delta\vec{\varphi} = \begin{pmatrix} \delta\varphi_x \\ \delta\varphi_y \\ \delta\varphi_z \end{pmatrix}$. Каковы свойства матрицы (инфинитезимальных) поворотов?
2. Покажите, что последовательное выполнение двух инфинитезимальных преобразований поворота на углы $\delta\vec{\varphi}_1$ и $\delta\vec{\varphi}_2$ представляет собой также поворот и найдите соответствующий ему угол, а также направление оси поворота.
3. Рассмотрите коммутатор двух преобразований поворота на углы $\delta\vec{\varphi}_1$ и $\delta\vec{\varphi}_2$. Коммутатор представляет собой **разность** двух последовательных преобразований, производимых в разной последовательности. Покажите, что коммутатор отличен от нуля и представляет собой бесконечно малый поворот более высокого (второго) порядка. Найдите угол этого поворота.
4. На плоскости XY задан вектор $\vec{V} = (ax + by, cx + dy)$, где a, b, c и d – постоянные. Доказать, что вектор $\vec{V}$ есть линейная комбинация векторов $\vec{r} = x\vec{\mathbf{i}} + y\vec{\mathbf{j}}$ и $\vec{t} = y\vec{\mathbf{i}} - x\vec{\mathbf{j}}$ с постоянными коэффициентами. Используйте ортогональность векторов $\vec{r}$ и $\vec{t}$, а также то, что матрица $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, определяющая вектор $\vec{V}$, является ортогональной с точностью до множителя. Найдите указанные коэффициенты.
5. Покажите, что: a) $(\vec{A} - \vec{B}) \times (\vec{A} + \vec{B}) = 2\vec{A} \times \vec{B}$; b) $(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = |\vec{A}|^2 \, |\vec{B}|^2 - (\vec{A} \cdot \vec{B})^2$;

a. c) $(\vec{A} \times \vec{B}) \times (\vec{C} \times \vec{D}) = 0$, если четыре вектора $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C},$ и $\vec{D}$ лежат в одной плоскости.

6. Вектор $\vec{D}$ является линейной комбинацией трёх не ортогональных и некомпланарных векторов: $\vec{D} = \alpha\vec{A} + \beta\vec{B} + \gamma\vec{C}$. Показать, что коэффициенты разложения α, β, γ определяются соотношениями: $\alpha = \dfrac{\vec{D} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})}{\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})}$, и т.д.
7. Показать, что $(\vec{A} \times \vec{B}) \times (\vec{C} \times \vec{D}) = (\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{D}))\vec{C} - (\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}))\vec{D}$. Как объяснить отсутствие в этом выражении симметрии между векторами $\vec{A}$ и $\vec{B}$ с одной стороны, и $\vec{C}$ и $\vec{D}$ с другой?
8. Показать, что $\vec{A} \times (\vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{D})) = (\vec{A} \times \vec{C})\vec{B} \cdot \vec{D} - (\vec{A} \times \vec{D})\vec{B} \cdot \vec{C}$.

9. Укажите, как алгебраически, используя линейные комбинации, из трёх не ортогональных векторов $\vec{A}, \vec{B}$ и $\vec{C}$ (считая их известными) получить три ортогональных вектора $\vec{A}', \vec{B}'$ и $\vec{C}'$. Найти коэффициенты разложений штрихованных векторов по «нештрихованным». Является ли процедура ортогонализации однозначной?

10. Найти траекторию, скорость и ускорение материальной точки, если закон движения имеет вид $x = a\cos\omega t,\quad y = b\sin\omega t,\quad z = 0$, где $a, b, \omega = \text{const}$. Траектории изобразить в пространстве.

11. Определить период одномерного движения частицы массы m с энергией E в потенциальном поле вида $U = -\dfrac{U_0}{\text{ch}^2 \alpha x}$, $(-U_0 < E < 0)$.

12. Найти траекторию заряженной частицы с массой m и зарядом q в электрическом поле напряженности $\vec{E}$, если при $x(0)=0, \dot{x}(0)=2.$ скорость частицы равна $\vec{V}_0$, причем $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos\omega t$, а $\vec{V}_0$ перпендикулярно $\vec{E}_0$.

13. Проинтегрировать уравнения движения материальной точки массы $m=1$ в поле $U(r) = 1/2r^2$, для $E>0$.

14. Найти закон движения частицы в поле $U(x) = -Ax^4$, если энергия ее равна нулю.

15. Найти ускорение материальной точки, движущейся по траектории $\rho = \rho_0 e^{-\lambda\phi}, z = 0$, если секторная скорость (то есть площадь, «заметаемая» радиус-вектором точки в единицу времени) $\sigma = \sigma_0 = const$ относительно начала координат. Параметры $\rho_0, \lambda, \sigma_0$ траектории считать известными. Вектор ускорения представить как функцию расстояния ρ до начала координат.

16. Указать условия финитности движения, найти точки поворота и период колебаний для материальной точки массы $m=1$ в поле: $U(x) = x^2$.

17. Тело массы m движется по закону $x = a\cos\omega t$, $y = b\sin\omega t$. Определить силу, действующую на частицу в каждой точке траектории.

18. Точка массой m движется по спирали Архимеда, в полярной системе координат имеющей вид $\rho = At$, $\phi = Bt$. Найти действующую на точку силу – ее проекции и модуль.

19. Проинтегрировать уравнение движения материальной точки массы $m=2$, движущейся в поле $U = -\text{tg}^2 x$, если при $t=0$ $x=0, \dot{x}=2.$

20. Точка движется в плоскости так, что ее секторная скорость $\sigma_z = k\rho^2/2$, а угол между ускорением и радиусом-вектором точки постоянен и равен $\pi/4$. Найти закон движения и уравнение траектории точки, если $\rho(0)=0$, $\phi(0)=0$ и $\dot{\rho}(0) = \dot{\rho}_0$.

21. Найти точки поворота и исследовать характер движения материальной точки массы $m=1,$ движущейся в поле: $U(r) = \dfrac{1}{2} r^2$

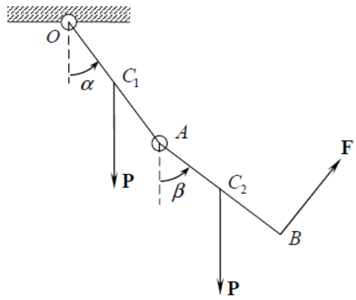
22. Найти точки поворота и исследовать характер движения материальной точки массы $m=1$, движущейся в поле: $U(r)=\left(\frac{1}{r^2}+r^2\right)\frac{1}{2}$

23. Найти точки поворота и исследовать характер движения материальной точки массы $m=1$, движущейся в поле: $U(r)=1/r^4$.

24. Определить траекторию частицы в поле $U(r)=\frac{\alpha}{r}-\frac{\beta}{r^2}$. Найти время падения частицы в центр поля с расстояния r_0. Сколько оборотов вокруг центра сделает при этом частица?

25. Найти точки поворота и исследовать характер движения материальной точки массы $m=1$, движущейся в поле: $U(r)=-\alpha^2/2r^2$, $\alpha=const$.

26. Двойной маятник, состоящий из двух однородных стержней массы m и длины ℓ каждый, может совершать движение в вертикальной плоскости (в точках A и O – цилиндрические шарниры). Помимо силы тяжести, действующей на стержни, к точке B стержня AB приложена постоянная по величине перпендикулярная к стержню сила $\mathbf{F}$ (см. рисунок). Определить положения равновесия.



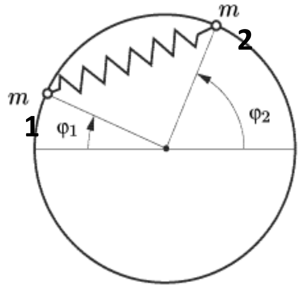
27. Однородный стержень $AB=\ell$ может двигаться в вертикальной плоскости XY так, что конец A скользит по прямой OY, а конец B — по кривой $y=f(x)$. Плоскость XY вращается с постоянной угловой скоростью Ω вокруг вертикальной оси OY. Трение в системе отсутствует. Какой должна быть функция $f(x)$, чтобы любое положение стержня было положением относительного равновесия, если $f(0)=0$?

28. Мотоциклист увеличивает свою скорость сначала с 55 до 60 км/ч, а затем с 60 до 65 км/ч. Сравнить величины совершаемой при этом работы.

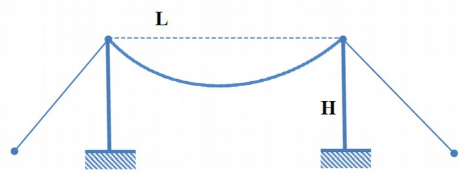
29. Каждый элемент бесконечно тонкого однородного неподвижного обруча радиуса R и общей массы M притягивает материальную точку P, лежащую на перпендикуляре к плоскости обруча, проходящем через его центр O. Силы притяжения описываются законом всемирного тяготения. Определить скорость, с которой материальная точка P пересечет плоскость обруча, если в начальный момент расстояние OP было равно l, а точка покоилась.

30. Однородную цепочку держат за верхний конец так, что нижним концом она касается стола, а затем отпускают. Показать, что в процессе падения цепочки сила давления на стол превышает вес лежащей на столе части цепочки в три раза.

31. Две точечные массы m_1 и m_2 (см. рисунок), связанные пружиной жесткости k, могут двигаться без трения, по неподвижному кольцу радиуса r, лежащему в горизонтальной плоскости. Длина пружины в недеформированном состоянии равна l. Составить уравнения Лагранжа. Используя аналогию с поступательным движением системы двух тел, определить новые обобщённые координаты и найти закон движения в квадратурах.

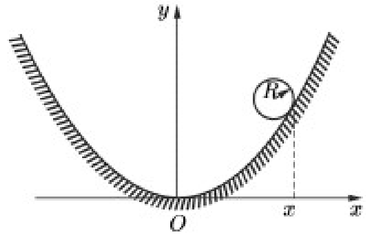


32. Определить форму кривой, которую приобретает нерастяжимая нить массы M и длины l, закреплённая на двух вертикальных опорах (см. рисунок). Как



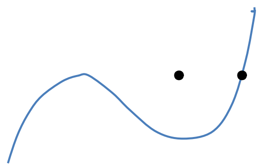
следует ориентировать боковые растяжки, чтобы моменты сил реакций, действующих на опоры, были равны нулю? Предельно допустимая сила натяжения растяжек равна F, а расстояние между опорами – L.

33. Однородный диск радиуса R и массы m (см. рисунок) может катиться без проскальзывания по параболе $y = ax^2/2$. Ось OY вертикальна, $Ra \le 1$. Составить функцию Лагранжа, приняв за обобщенную координату абсциссу x точки касания. Получить уравнения Лагранжа.



34. Шарнирно закреплённая за один конец спица массы M может свободно вращаться в горизонтальной плоскости без трения. На спицу надета лёгкая пружина и бусинка массы m, прикреплённая к одному концу пружины. Второй конец пружины прикреплён к шарниру. В начальный момент пружина не натянута. Резким толчком спице сообщают угловую скорость ω_0. Получить уравнения Эйлера – Лагранжа для этой системы. Описать движение бусинки и спицы. Длина нерастянутой пружины равна l_0.

35. Потенциальная энергия частицы $U(x) = -\dfrac{\sigma x^2}{2} + \dfrac{\lambda x^3}{3!}$. Начальные условия: $\dot{x}(0) = 0$, $x(0) = A$, $A = \dfrac{3\sigma}{\lambda}$. Найти решение $x(t)$ уравнений движения.



36. Космический аппарат находится на круговой орбите радиуса r_0. Найти величину тангенциального приращения скорости $\delta\upsilon$ для перехода на эллиптическую орбиту с полуосью $a > r_0$ и время перелёта до апогея новой орбиты.

37. Найти скорость частицы после упругого столкновения с плоскостью, движущейся поступательно с постоянной скоростью. Ориентация плоскости и направления скоростей частицы и плоскости до столкновения произвольны.

38. Две точечные массы m_1 и m_2, связанные пружиной жесткости k, могут двигаться без трения по сторонам прямого угла $\angle XOY$, сторона OY которого вертикальна. Длина пружины в ненапряжённом состоянии равна ℓ_0. Ускорение свободного падения равно g. Составить уравнения Лагранжа.

39. Жёсткая проволочка согнута в форме параболы. На проволочку надета бусинка массы M. Парабола ориентирована вертикально в поле тяжести, так что бусинка может свободно перемещаться по проволочке, совершая колебания. Проволочку приводят во вращение относительно (вертикально расположенной) оси симметрии параболы с угловой скоростью ω. Записать функцию Лагранжа и получить уравнения движения.

40. Найти решение уравнений движения маятника Фуко в окрестности положения равновесия. Указание: функция Лагранжа, записанная во вращающейся с угловой скоростью $\vec{\Omega}$ системе координат, имеет вид: $L = \dfrac{m(\vec{\upsilon} + \vec{\Omega} \times \vec{r})^2}{2} + m\vec{g} \cdot \vec{r}$.

Компетенции, формируемые в процессе выполнения заданий

(знаком «*» отмечены задания повышенной сложности из приведённого выше списка)

ОК-6: способность работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия; (Компетенция формируется в процессе коллективного обсуждения и анализа решения задач)	**ОК-7:** способностью к самоорганизации и самообразованию (здесь использованы задачи, решения которых подробно описаны в рекомендованных учебных пособиях)	**ОПК-3:** способность использовать базовые теоретические знания фундаментальных разделов общей и теоретической физики для решения профессиональных задач
№ 1 - № 10; № 13, № 14, № 28, № 37	№ 11- № 14; № 15*; № 16 - № 19; № 20*, № 21 - № 25	№ 11*, № 12*, № 26* - № 40*

Примеры решений.

Задача. Найти траекторию заряженной частицы с массой m и зарядом q в электрическом поле напряженности $\vec{E}$, если при $x=0$, $y=2$ скорость частицы равна $\vec{V}_0$, причем $\vec{E}=\vec{E}_0\cos(\omega t)$, и $\vec{V}_0$ перпендикулярно $\vec{E}_0$.

Решение. Проинтегрируем дважды уравнение движения $m\ddot{\vec{r}}=q\vec{E}_0\cos(\omega t)$:

$$\vec{r}(t)=\vec{r}_0+\vec{V}_0 t+\frac{q}{m\omega^2}\vec{E}_0(1-\cos(\omega t)) .$$

Вектор $\vec{r}_0=\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}$, а направление скорости – произвольное. Перенесём начало координат в точку $\vec{r}_0$ и выберем новые оси координат (X,Y) так, чтобы ось Y была направлена вдоль скорости, а ось X – вдоль вектора $\vec{E}_0$. Тогда

$$\vec{R}(t)=\vec{r}(t)-\vec{r}_0=\begin{pmatrix}X(t)\\Y(t)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{qE_0}{m\omega^2}(1-\cos(\omega t))\\V_0 t\end{pmatrix} .$$

Уравнение траектории – это гармоническое колебание относительно точки $X_0=\frac{qE_0}{m\omega^2}$, «развёрнутое» вдоль оси Y с амплитудой $\frac{qE_0}{m\omega^2}$, частотой ω/V_0 или длиной волны $2\pi V_0/\omega$:

$$X(Y)=\frac{qE_0}{m\omega^2}(1-\cos(\omega Y/V_0)) .$$

Задача. Определить форму кривой, которую приобретает нерастяжимая нить массы M и длины l, закреплённая на двух вертикальных опорах (см. рисунок). Как следует ориентировать боковые растяжки, чтобы моменты сил реакций, действующих на опоры, были равны нулю? Предельно допустимая сила натяжения растяжек равна F, а расстояние между опорами – L.

Решение. Форма кривой определяется требованием минимальности потенциальной энергии системы. Так как длина нити фиксирована, мы приходим к задаче на условный экстремум:

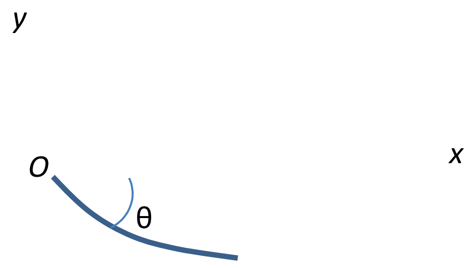
$$\begin{cases}\delta W_{П}[y(\cdot)]=0, y(0)=y(L)=0;\\ \int\limits_0^L \sqrt{(1+y'^2)}dx=l.\end{cases}$$

Здесь функционал потенциальной энергии нити

$$W_{П}[y(\cdot)]=\rho g\int\limits_0^L y(x)\sqrt{(1+y'^2)}dx\ ,$$

$\rho=M/l$ – линейная плотность массы. Вводя неопределённый множитель Лагранжа λ, запишем функцию Лагранжа:

$$L=\rho g y(x)\sqrt{(1+y'(x)^2)}+\lambda\left(\sqrt{(1+y'(x)^2)}-l/L\right).$$



Уравнения Эйлера – Лагранжа имеют вид:

$$\rho g\sqrt{(1+y'(x)^2)}=\frac{d}{dx}\left(\frac{(\rho g y(x)+\lambda)y'(x)}{\sqrt{(1+y'(x)^2)}}\right)$$

и могут быть представлены в более простой форме, если вместо переменной x использовать в качестве аргумента натуральный параметр s, который определяется любым из следующих условий:

$$ds=\sqrt{(1+y'(x)^2)}dx=\sqrt{(1+x'(y)^2)}dy\ .$$

Используя зависимость $y(s)$, получаем:

$$\rho g=\frac{d}{d s}\left((\rho g y(s)+\lambda)y'(s)\right).$$

Интегрируя в пределах от нуля до произвольной точки $s\le l/2$, вначале находим, что

$$\rho g s=(\rho g y(s)+\lambda)y'(s)-\lambda y_0'=\frac{1}{2\rho g}\frac{d}{ds}(\rho g y+\lambda)^2-\lambda y_0'.$$

Перенося в левую часть равенства константу $\lambda y_0'$ и, избавляясь от множителя ρg в знаменателе, после интегрирования получим:

$$y(s)=\pm\sqrt{s^2+2\frac{\lambda y_0' s}{\rho g}+\left(\frac{\lambda}{\rho g}\right)^2}-\frac{\lambda}{\rho g}\ .$$

Остаётся определить множитель Лагранжа и значение производной $\frac{dy}{ds}$ при $s=0$. Условие $y(l)=0$ позволяет выразить λ через $y_0^{'}$:

$$\lambda=\frac{-Mg}{2y_0^{'}}>0 .$$

Последнее неравенство следует из наблюдения, что

$$y_0^{'}=\frac{-1}{\sin(\theta)}$$

($y_0^{'}$, то есть $\frac{dy}{ds}(0)$, очевидно, отрицательно, см. рисунок). С учётом полученного выражения для λ можно осуществить выбор знака перед корнем (который теперь должен пониматься как арифметический корень) и окончательно определить зависимость

$$y(s)=\sqrt{s^2-s+\left(\frac{l}{2y_0^{'}}\right)^2}+\frac{l}{2y_0^{'}} .$$

В частности, минимальному значению y соответствует (в силу очевидной симметрии) значение $s=l/2$, так что

$$y_{min}=\frac{l}{2}\left(\sqrt{\left(\frac{1}{y_0^{'}}\right)^2-1}+\frac{1}{y_0^{'}}\right) .$$

Значение $y_0^{'}$ должно быть определено из условий задачи. Так как нить в точках закрепления концов может свободно гнуться, то единственный параметр, который может повлиять на значение угла θ, - это расстояние между опорами. Например, если $L\to l-0$, этот угол должен стремиться к нулю, и, наоборот, если $L\to 0$, то пределом будет $\theta=\pi/2$.

Найдём связь между L и θ. Так как

$$\frac{ds}{dy}=\sqrt{\left(1+x'(y)^2\right)} , \qquad (1)$$

следует обратить зависимость $y(s)$ и воспользоваться условием:

$$\frac{L}{2}=\int_0^{L/2}dx=\int_0^{y_{min}}\frac{dx}{dy}dy. \qquad (2)$$

Из равенства (1) после подстановки в него функции $s(y)$ находим $x'(y)$:

$$\frac{dx}{dy}=\frac{-\frac{l}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{y_0^{'}}\right)^2-1}}{\sqrt{\left(y-\frac{l}{2y_0^{'}}\right)^2-\left(\frac{l}{2y_0^{'}}\right)^2+\frac{l^2}{4}}} ;$$

подставляя теперь правую часть этого равенства в уравнение (2) и интегрируя, получаем:

$$\frac{L}{2}=\frac{-l}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{y_0'}\right)^2-1}\ln\left(\frac{\sqrt{\left(\frac{1}{y_0'}\right)^2-1}}{1-\frac{1}{y_0'}}\right).$$

Искомое соотношение может быть теперь представлено в виде:

$$\frac{L}{l}=-\cot(\theta)\ln\left(\frac{\cos(\theta)}{1+\sin(\theta)}\right).$$

Эта трансцендентная связь удовлетворяет вышеуказанным предельным условиям при $\theta\to 0 и \theta\to\pi/2$. Форма кривой находится простым интегрированием из уравнения, определяющего $\frac{dx}{dy}$ (см. выше):

$$x=\frac{-l}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{y_0'}\right)^2-1}\ln\left(\frac{\left(y-\frac{l}{2y_0'}\right)+\sqrt{\left(y-\frac{l}{2y_0'}\right)^2-\left(\frac{l}{2y_0'}\right)^2+\frac{l^2}{4}}}{\frac{l}{2}\left(1-\frac{1}{y_0'}\right)}\right).$$

Силы реакций в точках крепления нити, очевидно, равны

$$F_R=\frac{Mg}{2\sin(\theta)}.$$

Так как растяжка крепится в той же точке, что и нить, то нулевое значение полного момента сил, действующего на опору, будет получено, если горизонтальные составляющие силы реакции и силы натяжения растяжки будут равны по величине (направлены они противоположно). Если обозначить теперь угол между линией растяжки и горизонталью как φ, а величину силы натяжения T, то указанное условие примет вид:

$$T\cos(\varphi)=F_R\cos(\theta)=\frac{Mg}{2}\cot(\theta).$$

По условию, $T\le F$, следовательно, $Mg<2F\cos(\varphi)\tan(\theta)$.

Задача. Найти точки поворота и исследовать характер движения материальной точки массы $m=1$, движущейся в поле: $U(r)=\left(\frac{1}{r^2}+r^2\right)\frac{1}{2}$.

Решение. Так как при движении в центрально-симметричном поле момент импульса сохраняется, движение оказывается плоским, и можно использовать полярную систему криволинейных координат. В этой системе проекция момента количества движения (МКД) на ось Z

$$l_z=r^2\dot{\varphi}=const.$$

Потенциальное поле стационарно, следовательно, энергия частицы

$$E=\frac{\upsilon^2}{2}+U(r)$$

сохраняется. При плоском движении $\upsilon^2=\dot{r}^2+r^2\dot{\varphi}^2$. Используем сохранение МКД и получаем:

$$E=\frac{1}{2}\dot{r}^2+\frac{l_z^2}{2r^2}+U(r).$$

Определим

$$U_{eff}(r)=\frac{l_z^{\,2}}{2r^2}+U(r)=\frac{1}{2r}r^2+\frac{\varepsilon}{2r^2}\ ,$$

где введено обозначение: $\varepsilon=1+l_z^{\,2}$. Точки поворота находятся из условия $E-U_{eff}(r)=0$, то есть

$$r^4-2Er^2+\varepsilon=0\ .$$

Два положительных корня этого уравнения определяют максимальное (r_A) и минимальное (r_P) удаление частицы от центра:

$$r_A=\sqrt{E+\sqrt{E^2-\varepsilon}}\ ,$$
$$r_P=\sqrt{E-\sqrt{E^2-\varepsilon}}\ .$$

Минимальное значение $U_{eff}(r)$ равно $\sqrt{\varepsilon}$. При $E\geq\sqrt{\varepsilon}$ корни r_A и r_P существуют. Нахождение траектории сводится к квадратурам, так как

$$\frac{dr}{dt}=\pm\sqrt{2(E-U_{eff}(r))}\ ,$$

а

$$\frac{d\varphi}{dt}=\frac{l_z}{r^2}\ .$$

Таким образом,

$$\varphi-\varphi_0=\pm\frac{1}{l_z}\int_{r_0}^{r}\frac{r^2\,dr}{\sqrt{2(E-U_{eff}(r))}}\ ,$$

а выбор знака делается на основании начальных условий.

Задача. Однородную цепочку держат за верхний конец так, что нижним концом она касается стола. Затем цепочку отпускают. Показать, что в процессе падения цепочки сила давления на стол превышает вес лежащей на столе части цепочки в три раза.

Решение. Обозначим длину цепочки l, а длину вертикального участка – x. Тогда $l-x$ – это длина той части, которая лежит на столе. Так как все части цепочки испытывают одинаковое ускорение, а начальные скорости всех её звеньев равнялись нулю, то падение происходит с одинаковой для всех частей скоростью $\upsilon=¿$, где время отсчитывается от начала падения. Обозначим через ρ линейную плотность цепочки. Тогда импульс цепочки в момент времени t равен $\rho\upsilon x$. Сила давления на стол складывается из двух слагаемых: передаваемого в единицу времени импульса от цепочки к столу (в результате абсолютно неупругого удара), а также из веса лежащей на столе части. За время dt цепочка передаст столу импульс $\rho\upsilon dx$, так что первая составляющая силы давления равна $\rho\upsilon^2=\rho(¿)^2$. Вес лежащего участка равен $\rho g(l-x)=\rho g\left(l-l+\frac{1}{2}gt^2\right)=\frac{1}{2}\rho(¿)^2$ (заметим, что верхний конец цепочки прошёл расстояние $\frac{1}{2}gt^2$). В итоге искомое отношение равно:

$$\frac{\frac{1}{2}\rho(¿)^2+\rho(¿)^2}{\frac{1}{2}\rho(¿)^2}=3\ .$$

Задача. Точка движется в плоскости XY так, что ее секторная скорость $\sigma=k\rho^2/2$, а угол между ускорением и радиусом-вектором точки постоянен и равен $\pi/4$. Найти закон движения и уравнение траектории точки, если $\rho(0)=0$, $\phi(0)=0$ и $\dot{\rho}(0)=\dot{\rho}_0$.

Решение. Используем полярную систему координат. Тогда радиус-вектор и скорость точки можно записать как

$$\vec{r}=\rho\,\vec{e}_r,\vec{\upsilon}=\dot{\rho}\,\vec{e}_r+\rho\,\dot{\varphi}\,\vec{e}_\varphi\ .$$

Здесь $\vec{e}_r$ и $\vec{e}_\varphi$ – орты полярной системы координат. Для плоского контура площадь dS, заметаемая радиусом-вектором за время dt, равна $\frac{1}{2}\left|\vec{r}\times\vec{dr}\right|$, так что

$$\frac{dS}{dt}=\sigma=\frac{1}{2}\rho^2\dot{\varphi}\ ,$$

а тогда из условия задачи следует, что

$$\dot{\varphi}=k=const\ .$$

Чтобы определить ускорение, необходимо учесть, что

$$\dot{\vec{e}}_r=\dot{\varphi}\,\vec{e}_\varphi,u\,\dot{\vec{e}}_\varphi=-\dot{\varphi}\,\vec{e}_r\ .$$

С учётом постоянства угловой скорости имеем:

$$\dot{\vec{\upsilon}}=\vec{a}=\left(\ddot{\rho}-\rho\,k^2\right)\vec{e}_r+2\,\dot{\rho}\,k\,\vec{e}_\varphi\ .$$

Согласно второму условию,

$$\vec{e}_r\cdot\vec{a}=\left|\vec{a}\right|/\sqrt{2}=\left(\ddot{\rho}-\rho\,k^2\right).$$

Возводя в квадрат обе части равенства, в итоге получаем:

$$2\,\dot{\rho}^2k^2=\frac{1}{2}\left(\ddot{\rho}-\rho\,k^2\right)^2\ .$$

Мы приходим, таким образом, к линейному уравнению с постоянными коэффициентами:

$$\ddot{\rho}\pm2k\,\dot{\rho}-k^2\rho=0\ .$$

Два знака здесь указывают на два типа траекторий:

$$\rho_1(t)=C\,e^{-kt}\sinh\left(kt\sqrt{2}\right)\ \text{и}\ \ \rho_2(t)=C\,e^{kt}\sinh\left(kt\sqrt{2}\right)\ .$$

Оба решения удовлетворяют условию $\rho(0)=0$, и для получения уравнения траектории в полярных координатах осталось подставить в полученные формулы $kt=\varphi$ и $C=\dot{\rho}_0/k\sqrt{2}$.

Этап: проведение промежуточной аттестации по дисциплине

Вопросы к экзамену
Теоретическая механика (Цифр. Технол. в Геофизике).

1. Векторы. Операции над векторами. Кинематические характеристики движения материальной точки. Дифференцирование векторов. Тангенциальная и нормальная компоненты ускорения.
2. Сопровождающий репер. Репер Френе. Уравнения Френе – Серре. Кривизна и кручение – «внутренние» геометрические характеристики траектории. Примеры.
3. Системы ортогональных криволинейных координат. Коэффициенты Ламэ. Основная квадратичная форма в различных системах криволинейных ортогональных координат.
4. Основная задача механики для систем материальных точек. Связь с теоремой Коши. Примеры траекторий.
5. Центр масс системы материальных точек. Примеры нахождения центров масс твёрдых тел. Первый закон Ньютона для системы материальных точек.
6. Система двух материальных точек. Теорема о кинетической энергии системы двух тел. Классификация парных столкновений (ударов).
7. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Условный экстремум. Нахождение условного экстремума прямым методом и методом неопределённых множителей Лагранжа.
8. Понятие о вариационных методах механики. Цепная линия. Функционал и его первая вариация. Необходимое условие экстремума.

9. Степени свободы механической системы и обобщённые координаты. Примеры. Принцип наименьшего действия Гамильтона. Уравнения Лагранжа.
10. Функция Лагранжа и её свойства. Принцип относительности Галилея и функция Лагранжа свободной частицы.
11. Функция Лагранжа в криволинейных координатах – примеры механических систем. Функция Лагранжа системы взаимодействующих материальных точек.
12. Однородность пространства-времени и законы сохранения энергии и импульса.
13. Изотропность пространства и закон сохранения момента импульса замкнутой системы.
14. Импульс и момент импульса механической системы в разных инерциальных системах отсчёта. Теорема Кёнига.
15. Движение с одной степенью свободы. Сведение к квадратурам. Финитное движение. Период нелинейных колебаний и его зависимость от энергии.
16. Масштабные преобразования и теория подобия механических систем. Примеры.
17. Теорема о вириале и её применение.
18. Движение относительно неинерциальных систем отсчёта. Переносное ускорение. Кориолисово ускорение. Канонический и кинетический импульсы в неинерциальных системах отсчёта.
19. Задача двух тел. Сведение к задаче о движении одного тела в заданном потенциальном поле. Законы сохранения и сведение к квадратурам.
20. Угловая скорость как вектор. Момент импульса твёрдого тела. Момент инерции и уравнение движения свободного волчка.
21. Функция Гамильтона. Канонические уравнения. Примеры. Неособенные Лагранжианы.
22. Канонические преобразования. Производящая функция канонических преобразований. Фазовое пространство. Примеры.
23. Изменение физических величин со временем. Скобки Пуассона и их свойства. Сохранение физических величин. Теорема Пуассона.
24. Скобки Пуассона для канонически сопряжённых величин. Циклические переменные и интегрирование уравнений Гамильтона.
25. Простейшие колебательные системы. Понятие о нормальных координатах. Секулярное уравнение и собственные (нормальные) колебания.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций

Этап: проведение текущего контроля успеваемости по дисциплине

Текущий контроль предназначен для проверки качества формирования компетенций, уровня овладения теоретическими и практическими знаниями, умениями и навыками. Оценивание знаний теоретического материала по каждому разделу проводится на практических занятиях. Умение решать задачи проверяется контрольной работой.

Критерии оценивания контрольных работ

Проверяемые компетенции	Оценка	Критерии оценивания
ОК-7 ОПК-3	Отлично	Все задачи решаются полностью: приводится верное аналитическое решение, делается правильный расчет.
	Хорошо	Приведены решения задач контрольной работы, но есть небольшие недочеты при использовании законов, формул, в целом не

		влияющих на ход решения, допущены ошибки при вычислении численных результатов. Общая доля невыполненных заданий не превышает 5–7 % от общего объема контрольной работы.
	Удовлетворительно	Приведены решения не всех заданий контрольной работы, есть существенные недостатки при выводе аналитических выражений, не проведены численные расчеты. Общая доля невыполненных заданий составляет не более 50 % от общего объема контрольной работы.
	Неудовлетворительно	Решения заданий приведены неверно или вовсе отсутствуют. Общая доля невыполненных заданий составляет более 50 % от общего объема контрольной работы.

Этап: проведение промежуточной аттестации по дисциплине

Критерии оценивания ответов на теоретические вопросы аттестационного задания

Проверяемые компетенции	Оценка	Критерии оценивания
ОК-6 ОК-7 ОПК-3	Отлично	Студент показывает, что он глубоко и прочно усвоил материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое нестандартное решение.
	Хорошо	Студент показывает, что он глубоко и прочно усвоил материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятое нестандартное решение, но есть небольшие недочеты, в целом не влияющие на ход ответа.
	Удовлетворительно	Студент показывает, что он усвоил материал, последовательно его излагает, но затрудняется с ответом при видоизменении заданий.
	Неудовлетворительно	Студент показывает, что он не усвоил материал, плохо его излагает, затрудняется с ответом при видоизменении заданий, не правильно обосновывает принятое решение.