

Оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине

«Дифференциальные уравнения», 3 семестр

Код, направление подготовки	03.03.02
Направленность (профиль)	Цифровые технологии в геофизике
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Кафедра экспериментальной физики
Выпускающая кафедра	Кафедра экспериментальной физики

Типовые задания для контрольной работы:

1. Составить дифференциальное уравнение данных семейств линий

$$y = e^{Cx}.$$

$$y = (x - C)^3.$$

$$y = Cx^3.$$

$$y = \sin(x + C).$$

$$x^2 + Cy^2 = 2y.$$

$$y^2 + Cx = x^3.$$

$$y = C(x - C)^2.$$

$$Cy = \sin Cx.$$

2. Найти общее решение дифференциальных уравнений, а в заданиях с заданными начальными условиями так же указать решение задачи Коши:

$$xy \, dx + (x + 1) \, dy = 0.$$

$$\sqrt{y^2 + 1} \, dx = xy \, dy.$$

$$y' = 3\sqrt[3]{y^2}; \quad y(2) = 0.$$

$$xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{y}{x}.$$

$$xy' + y = y^2; \quad y(1) = 0,5.$$

$$xy' = y - xe^{y/x}.$$

$$(xy' - 1) \ln x = 2y.$$

$$xy' + (x + 1)y = 3x^2e^{-x}.$$

$$y' = y^4 \cos x + y \operatorname{tg} x.$$

$$xy^2 y' = x^2 + y^3.$$

$$2xy \, dx + (x^2 - y^2) \, dy = 0.$$

$$(2 - 9xy^2)x \, dx + (4y^2 - 6x^3)y \, dy = 0.$$

$$y'^2 + x = 2y.$$

$$y'^2 - 2xy' = 8x^2.$$

$$x = y'^3 + y'.$$

$$x = y' \sqrt{y'^2 + 1}.$$

3. Решить геометрическую и физическую задачи:

Найти кривые, касательные к которым в любой точке образуют равные углы с полярным радиусом и полярной осью.

Сосуд объемом в 20 л содержит воздух (80% азота и 20% кислорода). В сосуд втекает 0,1 л азота в секунду, который непрерывно перемешивается, и вытекает такое же количество смеси. Через сколько времени в сосуде будет 99% азота?

4. Различными методами понижения порядка уравнений найти их решения:

$$(1 - x^2)y'' + xy' = 2.$$

$$yy'' - 2yy' \ln y = y'^2.$$

$$(y' + 2y)y'' = y'^2.$$

$$y'''y'^2 = y''^3.$$

$$xy'' = y' + x(y'^2 + x^2).$$

$$xy^{\text{IV}} = 1.$$

$$y''' = 2xy''.$$

$$yy''' + 3y'y'' = 0.$$

$$yy'' = y'(y' + 1).$$

$$yy'' + y'^2 = 1.$$

5. Записать общее решение ЛОДУ

$$y'' - 4y' + 5y = 0.$$

$$y'' + 4y = 0.$$

$$y^{IV} - y = 0.$$

$$y^{VI} + 64y = 0.$$

6. Записать общее решение НОДУ, используя метод подбора частного решения по виду правой части:

$$y'' - 2y' - 3y = e^{4x}.$$

$$y'' - y = 2e^x - x^2.$$

$$y'' + y' - 2y = 3xe^x.$$

$$y'' - 3y' + 2y = \sin x.$$

7. Записать общее решение НОДУ, используя метод вариаций произвольной постоянной:

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}.$$

$$y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}.$$

8. Применяя различные способы решить систему, проверить правильность совпадением решений и подстановкой в систему:

$$\begin{cases} \dot{x} = y - 2x - 2z, \\ \dot{y} = x - 2y + 2z, \\ \dot{z} = 3x - 3y + 5z \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y - z, \\ \dot{y} = 3x - 4y - 3z, \\ \dot{z} = 2x - 4y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = x - y + 8t, \\ \dot{y} = 5x - y. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = y + \operatorname{tg}^2 t - 1, \\ \dot{y} = -x + \operatorname{tg} t. \end{cases}$$

9. Найти изображение функции

$$f(t) = \cos at$$

10. Найти оригинал, соответствующий изображению

$$F(p) = \frac{p}{(p^2 + 1)^2}$$

11. Найти решения уравнения:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 4x = \sin 3t \quad x_0 = 0, \quad x_0' = 0, \quad t = 0$$

12. Найти решения системы уравнения:

$$\begin{cases} 3\frac{dx}{dt} + 2x + \frac{dy}{dt} = 1 \\ \frac{dx}{dt} + 4\frac{dy}{dt} + 3y = 0 \end{cases} \quad x_0 = y_0 = 0, \quad t = 0$$

Типовые вопросы к экзамену:

Задание для показателя оценивания дескриптора «Знает»

Сформулируйте развернутые ответы на следующие теоретические вопросы (сформулировать основные определения, теоремы, свойства; привести доказательства основных теорем, продемонстрировать примеры, при необходимости проиллюстрировать ответ графиками, рисунками):

1. Основные понятия и теоремы для ОДУ 1 порядка. Изоклины. Поле направлений.
2. Уравнения с разделяющимися переменными
3. Геометрические и физические задачи, приводящих к уравнениям с разделяющимися переменными.
4. Однородные уравнения.
5. Линейные уравнения.
6. Уравнение Бернулли.
7. Уравнение Рикатти.
8. Уравнения в полных дифференциалах.
9. Уравнения, не разрешенные относительно производной.
10. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Особое решение.
11. Обзор приближенных методов решения ОДУ 1 порядка.
12. Основные понятия для ОДУ высших порядков.
13. Уравнения, допускающие понижение порядка
14. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка.
15. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядка
16. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка.
Метод вариации произвольных постоянных

17. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
18. Уравнение Эйлера.
19. Системы дифференциальных уравнений. Основные понятия.
20. Интегрирование нормальных систем.
21. Системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
22. Системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.
23. Системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и произвольной правой частью (метод вариаций постоянных).
24. Понятие изображения и оригинала по Лапласу. Формулы связи.
25. Свойства изображений. Таблица изображений и оригиналов.
26. Применение преобразования Лапласа к решению задачи Коши для ЛОДУ.
27. Применение преобразования Лапласа к решению задачи Коши для СЛОДУ.

Задание для показателя оценивания дескриптора «Умеет»

1. Определение типа дифференциального уравнения или системы.
2. Подбор рационального способа решения.
3. Применение способа решения и получение результата.

Задание для показателя оценивания дескриптора «Владеет»

1. Определение типа дифференциального уравнения или системы.
2. Подбор рационального способа решения.
3. Применение способа решения и получение результата.

