

# Оценочные материалы для промежуточной аттестации по дисциплине

## Математический анализ

Квалификация выпускника	<b>Бакалавр</b>
Направление подготовки	<b>03.03.02</b>
	<b>Физика</b>
Направленность (профиль)	<b>Цифровые технологии</b>
	<b>в геофизике</b>
Форма обучения	<b>очная</b>
Кафедра- разработчик	<b>Прикладной математики</b>
Выпускающая кафедра	<b>Экспериментальной физики</b>

## 1 семестр.

### Типовые задания для контрольной работы:

1. Найти дифференциал  $dy$  функций: 1.1  $y = (tg 2x)^{\sin 2x}$       1.2  $y = \arcsin^2 \sqrt{\sin 3x}$
2. Найти: 2.1  $\frac{dy}{dx}$  функции  $y^{\frac{2}{3}} + \cos(xy) - x^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}} tg^{\frac{2}{3}}(xy)$ ; 2.2  $\frac{d^2y}{dx^2}$  функции  $\begin{cases} x = \frac{t^2}{1-t^2} \\ y = \frac{1}{1+t^2} \end{cases}$ .
3. Для функции  $y = \ln \sin 2x$  найти  $d^3y$ .
4. Исследовать функцию и построить график функции  $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$ .
5. Найти:  
1)  $\int \frac{\arcsin x dx}{\sqrt{1+x}}$ ; 2)  $\int \frac{\sin^5 x}{\cos^4 x} dx$ ; 3)  $\int \frac{(4x-3)dx}{\sqrt{1-2x-3x^2}}$ ; 4)  $\int \frac{2x^2+x+1}{x^3+x^2+4x+4} dx$ ; 5)  $\int \frac{dx}{x^3 \sqrt{2-x^3}}$ .
6. Вычислить  $\int_{\ln 2}^{\ln 4} \frac{e^x - 2}{e^{2x} + 4} dx$ .
7. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 6$ ,  $y = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$
8. Исследовать на сходимость интеграл  $\int_0^{+\infty} \frac{\arctg x}{1+x^2} dx$ .

### Типовые вопросы к экзамену:

1. Числовые последовательности. Определение, операции над ними. Виды числовых последовательностей. Предел последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Основные свойства.
2. Функции одной переменной. Способы задания, классификация, графики элементарных функций.
3. Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Теоремы о пределах функции.
4. 1 замечательный предел, его приложения.
5. Теорема о пределе последовательности  $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ . 2 замечательный предел, его приложения.
6. Непрерывность функции. Точки разрыва. Свойства непрерывных функций.
7. Сложная и обратная функции. Их непрерывность.
8. Сравнение бесконечно малых функций.
9. Понятие производной. Геометрический смысл производной. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
10. Понятие дифференцируемости функции. Правила дифференцирования.
11. Производная обратной функции. Производная сложной функции.
12. Понятие и геометрический смысл дифференциала. Правила нахождения дифференциалов.
13. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница для n-ой производной произведения двух функций.

14. Функция, заданная параметрически, ее дифференцирование.
15. Функция, заданная неявно, ее дифференцирование. Производная показательной – степенной функции.
16. Теорема Ферма. Теорема Ролля о корнях производной. Теорема Лагранжа о конечных приращениях. Теорема Коши об отношении приращений двух функций.
17. Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей.
18. Возрастание, убывание функций. Точки экстремума. Необходимое и достаточное условия существования локального экстремума.
19. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции. Необходимое и достаточное условия существования точки перегиба.
20. Асимптоты графика функции. Исследование графика функции.
21. Применение дифференциального исчисления к решению профессиональных задач
22. Первообразная и неопределенный интеграл.
23. Свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов.
24. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям.
25. Интегрирование рациональных функций.
26. Интегрирование иррациональных функций.
27. Интегрирование тригонометрических и трансцендентных функций.
28. Определение и свойства определенного интеграла.
29. Формула Ньютона – Лейбница, формула замены переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
30. Геометрические приложения определенного интеграла.
31. Несобственный интеграл с бесконечными пределами интегрирования.
32. Несобственный интеграл от неограниченной функции.
33. Применение интегрального исчисления к решению профессиональных задач

## 2 семестр.

### Типовые задания для контрольной работы:

1. Найти полный дифференциал  $dz$  функции  $z = \arcsin \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$
2. Найти все частные производные второго порядка и полный дифференциал второго порядка функции  $z = xe^{xy}$
3. К поверхности  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$  провести касательные плоскости, параллельные плоскости  $x + 4y + 6z - 5 = 0$ .
4. Найти производную функции  $u = \arcsin xy + \arccos yz$  в точке  $M(1, 1/2, 0)$  по направлению:
  - 4.1. К точке  $N(0, 3/2, 4)$ .
  - 4.2. Градиента функции в точке  $M$ .
5. Исследовать функцию  $z = x^3 + y^3 - 3xy$  на экстремум.
6. Перейти к полярным координатам и вычислить  $\iint_{(D)} \frac{xdy}{x^2 + y^2 + 1}$ , где  $(D)$ :  
 полуокружность  $y = \sqrt{1 - x^2}$  и  $y = 0$
7. Вычислить координаты центра тяжести фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 4$ .
8. Вычислить  $\iiint_{(V)} z dx dy dz$ , где  $(V)$  ограничена конической поверхностью  $x^2 + y^2 = z^2$  и плоскостью  $z = 2$ .

9. Вычислить криволинейный интеграл  $\int_{ABC} (x^2 - y^2) dx + xy dy$ , где  $ABC$  - ломаная, соединяющая точки  $A(1,1)$ ,  $B(3,4)$ ,  $C(5;4)$ .

### Типовые вопросы к экзамену:

1. Определение и геометрическая интерпретация функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции двух переменных.
2. Частные производные функции нескольких переменных.
3. Дифференцируемость функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции двух переменных.
4. Частные производные сложной функции. Полная производная и полный дифференциал сложных функций. Производная функции, заданной неявно.
5. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
6. Производная по направлению. Градиент. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
7. Экстремумы функции двух переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума.
8. Понятие числового ряда, его сходимости. Свойства сходящихся рядов.
9. Необходимый признак сходимости ряда. Гармонический ряд.
10. Признак сравнения сходимости числового ряда с неотрицательными членами. Признак Даламбера сходимости числового ряда с неотрицательными членами. Интегральный признак сходимости числового ряда с неотрицательными членами. Второй признак сравнения, признак Коши.
11. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов.
12. Степенные ряды. Теорема Абеля. Теорема о радиусе сходимости степенного ряда. Теорема о вычислении радиуса сходимости степенного ряда. Интервал сходимости степенного ряда.
13. Свойства степенных рядов. Ряды Маклорена и Тейлора. Остаточный член в форме Лагранжа. Разложение некоторых элементарных функций в степенные ряды.
14. Приближенные вычисления с помощью рядов и их приложения для решения профессиональных задач.
15. Дифференциальные уравнения первого порядка. Общее решение. Задача Коши.
16. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.
17. Однородные дифференциальные уравнения и приводящиеся к ним.
18. Линейные однородные дифференциальные уравнения. Свойства их решений.
19. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Метод вариации произвольной постоянной.
20. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
21. Дифференциальные уравнения высших порядков. Частные случаи понижения порядка.
22. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами.
23. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков. Метод вариации произвольных постоянных. Метод неопределенных коэффициентов.
24. Определение, геометрический смысл, свойства двойного интеграла. Обобщенное условие интегрируемости функции.

25. Сведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной и криволинейной области. Сведение двойного интеграла к повторному в случае области, заданной в полярных координатах.
26. Замена переменных в двойном интеграле. Якобиан функции. Преобразование к полярным координатам.
27. Геометрические и физические приложения двойных интегралов.
28. Определение, свойства тройного интеграла. Обобщенное условие интегрируемости функции.
29. Вычисление тройного интеграла.
30. Замена переменных в тройном интеграле. Якобиан функции. Преобразование к цилиндрическим координатам. Преобразование к сферическим координатам.
31. Геометрические и физические приложения тройных интегралов.
32. Определение и свойства криволинейного интеграла 1 рода. Геометрический и физический смысл криволинейного интеграла 1 рода.
33. Сведение криволинейного интеграла 1 рода к определенному. Вычисление криволинейных интегралов 1 рода для различных типов задания функций.
34. Определение, свойства, физический смысл криволинейного интеграла 2 рода.
35. Вычисление криволинейных интегралов 2 рода для различных типов задания функций. Криволинейный интеграл по замкнутому контуру.
36. Связь между криволинейными интегралами 1 и 2 рода. Формула Грина.
37. Определение односвязной области. Теорема об условии равенства нулю криволинейного интеграла по замкнутому контуру. Теорема об условиях независимости криволинейного интеграла от контура интегрирования.
38. Геометрические и физические приложения криволинейных интегралов.