

Оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине

Статистическая физика, 8 семестр

Код, направление подготовки	03.03.02
Направленность (профиль)	Цифровые технологии в геофизике
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Кафедра экспериментальной физики
Выпускающая кафедра	Кафедра экспериментальной физики

Типовые задания для контрольной работы:

Вариант 1

1. Сосуд с газом совершает равномерное движение со скоростью \vec{V} относительно лабораторной системы отсчета. Найти функцию распределения молекул газа по скоростям в L - системе.
2. Дайте определение канонического ансамбля. Объясните, как, зная статсумму, определить энтропию и внутреннюю энергию термодинамической системы.

Вариант 2

1. Подсчитайте число различных микросостояний для системы из двух тождественных фермионов, энергии которых могут принимать только два значения ε_1 и ε_2 с кратностями вырождения $v_{\varepsilon_1} = 3$ и $v_{\varepsilon_2} = 2$ соответственно (то есть фермионы можно распределять по двум «ящикам» с числом «ячеек» 3 и 2 соответственно).
2. Дайте определение большого канонического ансамбля. Выясните, как, зная статсумму, определить внутреннюю энергию и энтропию системы?

Вариант 3

1. Газ из молекул, обладающих постоянным магнитным моментом μ , находится в однородном магнитном поле с индукцией B . Найти наиболее вероятное значение для угла, который образует магнитный момент с магнитным полем, если температура газа равна T .
2. Сформулируйте основные положения метода Гиббса для квантовых термодинамических систем. Укажите, как в рамках квантового статистического метода Гиббса определяются термодинамические величины (энтропия, свободная энергия, внутренняя энергия). Используйте в качестве примера каноническое распределение.

Вариант 4

1. Проанализируйте поведение максвелловской функции распределения, по скоростям и определите, какое из двух чисел молекул - $N(v_e < v < v_{cp})$ или $N(v_{cp} < v < v_{kv})$, - больше. Здесь $N(v_1 < v < v_2)$ обозначает число частиц (из общего числа N), скорости которых лежат в интервале от v_1 до v_2 , а v_e , v_{cp} , v_{kv} - наименее вероятная, средняя (по модулю) и среднеквадратичная скорости соответственно.
2. Дайте определение термодинамической вероятности и укажите её связь с энтропией. Как вычисляется энтропия равновесного идеального бозе-газа в методе Больцмана?

Вариант 5

1. Покажите, что в соответствии с принципом квазинезависимости подсистем, энтропия смеси двух разных идеальных газов, равна сумме энтропий отдельных подсистем, находящихся в одном и том же объеме V при температуре T .
2. На основе общих свойств в функции распределения Ферми-Дирака дать качественное определение энергии Ферми.

Вариант 6

1. Используя распределение Больцмана, вычислить среднеквадратичную дисперсию потенциальной энергии молекулы, обладающей фиксированным магнитным моментом μ , если парамагнитный газ помещен во внешнее магнитное поле с индукцией B . [Указание: используйте соотношение $\langle (\Delta W_{II})^2 \rangle = \langle W_{II}^2 \rangle - \langle W_{II} \rangle^2$].
2. Дайте определение ансамбля открытых систем. Запишите функцию распределения для ансамбля открытых систем. Как определяется равновесное число частиц с ее помощью?

Вариант 7

1. Пользуясь распределением Бозе-Эйнштейна для равновесного газа фотонов (то есть равновесного электромагнитного излучения), найдите среднее число фотонов, находящихся в объеме V при температуре T . Покажите, что концентрация фотонов пропорциональна $(T)^3$, (т.е. $\frac{\langle N \rangle}{V} \propto T^3$). [Указание: используйте метод суммирования по квазинепрерывному набору квантовых чисел].
2. Приведите примеры систем, обладающих дополнительными (помимо P, V и T) характеристиками термодинамического состояния. Как записывается 1^e начало термодинамики для таких систем?

Вариант 8

1. Рассмотрите смесь двух парамагнитных газов, магнитные моменты молекул в которых равны μ_1 и μ_2 . Покажите, что магнитная добавка к энтропии смеси складывается из «магнитных» энтропий двум подсистем. Индукция магнитного поля B и температура T заданы. [Указание: используйте определение статсуммы и связь между энтропией и свободной энергией].
2. Укажите различие в поведении химических потенциалов идеальных ферми- и бозе-газов при температуре, приближающейся к абсолютному нулю.

Вариант 9

1. Пользуясь функцией распределения для большого канонического ансамбля, получите уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона-Менделеева) [Указание: использовать определение большой статсуммы].
2. Объясните смысл выражения «блокировка Паули». Какие макроскопические эффекты связаны с блокировкой Паули (приведите примеры).

Вариант 10

1. Если пренебречь вращательной кинетической энергией, то гамильтониан двухатомной молекулы идеального газа можно записать в виде
$$h(p, q) = \frac{\vec{P}^2}{2M} + \frac{P_{\text{отн}}^2}{2\mu} + \frac{\chi r^2}{2},$$
 (χ - «жесткость» осциллятора), где два последних слагаемых описывают кинетическую и потенциальную энергию *относительного* движения атомов, а первое – кинетическую энергию молекулы как целого. Относительную координату r (как и соответствующий

ей импульс $P_{\text{отн}} = \mu \dot{r}$) можно считать изменяющейся в интервале $(-\infty, +\infty)$. Вычислить свободную энергию такого 2-атомного газа из N частиц и определить, таким образом, поправку к свободной энергии идеального газа, связанную с наличием колебательных степеней свободы.

2. Что такое температура Ферми и каков её физический смысл?

Вариант 11

1. Вычислить свободную энергию идеального газа с необычной зависимостью энергии от импульса: $\varepsilon = a|\vec{p}|^3$ (a – постоянная величина). Показать, что термическое уравнение состояния такого газа совпадает с уравнением Клапейрона.
2. Чем отличаются статистики, то есть способы вычисления термодинамической вероятности в случаях ферми- и бозе-систем?

Вариант 12

1. Считая, что взаимодействие между атомами неона описывается потенциалом Леннарда – Джонса, в котором характерные параметры ε и δ имеют значения $4,90 \cdot 10^{-15}$ эрг и $2,76 \text{ \AA}$ соответственно, оцените критическую температуру для этого газа.
2. Почему выражение для энтропии идеального газа, полученное на основе уравнения Клапейрона-Менделеева, противоречит третьему началу термодинамики? Оцените температуру, при которой эта формула начнёт заметно отличаться от правильной (получаемой методами квантовой статистики).

Вариант 13

1. Вычислить классические и квантовые статистические суммы системы из N одинаковых одномерных невзаимодействующих осцилляторов с собственной частотой ω . Сравнить свободные энергии $F_{\text{кл}}$ и $F_{\text{кв}}$ в пределе $\beta \hbar \omega \ll 1$. [Указание: гамильтониан каждого осциллятора $h = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 x^2}{2}$, причём, при не слишком высокой температуре координату x можно считать изменяющейся в неограниченном интервале (почему?)].
2. Почему массивный поршень, выведенный из равновесия, и закрывающий идеальный газ в теплоизолированном сосуде, не сможет бесконечно долго колебаться, даже при отсутствии трения поршня о стенки сосуда?

Вариант 14

1. Идеальный газ находится в высоком сосуде, высотой H . Определите поправку к теплоёмкости C_V газа, вызванную учётом гравитационного поля земли. С чем связана трудность в определении C_p для такой системы? [Указание: для определения среднего значения высоты подъёма $\langle h \rangle$ одной молекулы воспользуйтесь распределением Больцмана].
2. Используя явное выражение для Ω -потенциала Гиббса в случае идеального бозе-газа, убедитесь, что энтропия газа может быть найдена из общего термодинамического соотношения $S = -\left(\frac{\partial \Omega}{\partial T}\right)_{V, \mu}$.

Вариант 15

1. Используя явное выражение для Ω -потенциала Гиббса равновесного электромагнитного излучения (фотонного газа), определите зависимость Ω от объёма и температуры. Найдите энтропию и термическое уравнение состояния фотонного газа.

[Указание: используйте метод суммирования по квазинепрерывному набору квантовых чисел и переход к безразмерным переменным интегрирования].

2. Почему с ростом размеров броуновской частицы (даже при неизменности ее массы) степень ее случайных «дрожаний» уменьшается? (Поясните качественно).

Вариант 16

1. Рассмотрите газ ультрарелятивистских не взаимодействующих частиц, для которых энергия связана с импульсом соотношением: $\varepsilon = c|\vec{p}|$. Найти энтропию и внутреннюю энергию этого газа как функции температуры и объема.
2. Почему при комнатных и более низких температурах не все электроны проводимости в металле вносят одинаковый вклад в теплоемкость?

Вариант 17

1. Используя микроканоническое распределение, определить энтропию идеального газа, как функцию внутренней энергии U , объема V и числа частиц N . [Указание: определить фазовый объем $\Gamma(U)$ и воспользоваться гиббсовым определением энтропии.

Учтите, что объем D -мерной сферы может быть выражен в виде: $V_D = \Omega_D \frac{R^D}{D}$, где R – радиус сферы, а полный телесный угол D -мерного пространства $\Omega_D = \frac{2\pi^{D/2}}{\Gamma(D/2)}$; при больших D можно использовать формулу Стирлинга для Γ -функции Эйлера.]

2. Используя формулу Планка для спектральной плотности энергии равновесного ЭМИ, получить формулу Релея-Джинса. В чем заключается смысл термина «ультрафиолетовая катастрофа»?

Типовые вопросы к экзамену:

1. ТД принцип аддитивности. Классы аддитивности
2. Статистическое обоснование термодинамики
3. Квантовые ансамбли.
4. Идеальные ферми- и бозе-системы. Ферми- и бозе-системы при низких температурах.
5. Микроскопическое и макроскопическое описание. Фазовое пространство. Фазовая траектория.
6. Статистический ансамбль. Функция статистического распределения и ее свойства. Эргодичность. ТД равновесие. Статистическая независимость.
7. Квазизамкнутые системы. Флуктуации физических величин.
8. Теорема Лиувилля. Постулат о микроканоническом распределении.
9. Квантовая статистика. Статистический оператор и его свойства.
10. Энтропия и статистический вес
11. Термодинамические величины. Температура. Макроскопическое движение. Внешние воздействия. Адиабатический процесс. Давление.
12. Работа и количество тепла. Теплоемкость.
13. Термодинамические потенциалы. Первый и второй закон термодинамики. Теорема Карно.
14. ТД неравенства. Третий закон термодинамики и его следствия. Недостижимость абсолютного нуля температур. Поведение теплоемкости вблизи абсолютного нуля
15. Каноническое распределение Гиббса. Распределение Максвелла. Свободная энергия в распределении Гиббса. Большое каноническое распределение Гиббса. ТД эквивалентность канонических распределений.

16. Распределение Больцмана. Свободная энергия идеального газа. Уравнение состояния. Идеальный газ с постоянной теплоемкостью. Закон равнораспределения. Пределы применимости идеального больцмановского газа.
17. Теплоемкость двухатомного газа. Вклад вращательных, колебательных и электронных степеней свободы. Учет взаимодействий ядерного спина и молекулярного вращения (орто- и параводород, орто- и пара- дейтерий).
18. Формула Планка для плотности равновесного излучения. Предельные случаи низких и высоких частот. Формулы Релея-Джинса и Вина. Закон смещения Вина. Закон Стефана-Больцмана. Теплоемкость равновесного излучения. Давление равновесного излучения
19. Статистика Ферми-Дирака и статистика Бозе-Эйнштейна. Учет тождественности частиц. Ферми- газ при низких температурах. Электронный газ в металлах. Релятивистский вырожденный Ферми-газ. Бозе- газ при низких температурах.
20. Учет молекулярного взаимодействия в системе. Системы с коротко действующими силами, Уравнение состояния классического слабо неидеального газа. Вириальное разложение. Расчет первых поправок к основным ТД величинам.
21. Равновесные химические реакции в смеси идеальных газов. Закон действующих масс. Константа химического равновесия. Тепловой эффект химической реакции. Уравнение Ван-Гоффа