

Оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине

Физика конденсированного состояния, 7 семестр

| | |
|-----------------------------|----------------------------------|
| Код, направление подготовки | 03.03.02 |
| Направленность (профиль) | Цифровые технологии в геофизике |
| Форма обучения | очная |
| Кафедра-разработчик | Кафедра экспериментальной физики |
| Выпускающая кафедра | Кафедра экспериментальной физики |

Типовые задания для контрольной работы:

Раздел 1. Введение в физику конденсированных сред

| | |
|---|---|
| <p>Задача 1. Пусть энергия частицы в поле другой частицы зависит от расстояния между центрами этих частиц следующим образом: где α и β - постоянные Показать, что:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Эти две частицы образуют стабильное соединение при $r = r_0 = (8\beta/\alpha)^{1/7}$; 2. В случае образования стабильной конфигурации энергия притяжения в 8 раз больше энергии отталкивания; 3. Полная потенциальная энергия двух частиц при стабильной конфигурации: 4. Если разделять частицы, то молекула разорвется, как только будет достигнуто расстояние R: | $U(r) = -\frac{\alpha}{r} + \frac{\beta}{r^8}$ |
| <p>Решение</p> <p>1. В состоянии равновесия</p> | $\left(\frac{dU}{dr}\right)_{r=r_0} = 0 \text{ или } \frac{\alpha}{r_0^2} - \frac{8\beta}{r_0^9} = 0 \Rightarrow r_0 = \left(\frac{8\beta}{\alpha}\right)^{1/7}$ |
| <p>2. Энергия притяжения</p> <p style="margin-left: 20px;">энергия отталкивания</p> <p style="margin-left: 20px;">Сравнивая $U_{\text{пр}}$ и $U_{\text{от}}$, получим $U_{\text{пр}} = 8 U_{\text{от}}$</p> | $U_{\text{пр}} = -\frac{\alpha}{r_0} = -\alpha \left(\frac{\alpha}{8\beta}\right)^{1/7}$ $U_{\text{от}} \frac{\beta}{r_0^8} = \beta \left(\frac{\alpha}{8\beta}\right)^{8/7} = \frac{\alpha}{8} \left(\frac{\alpha}{8\beta}\right)^{1/7}$ |
| <p>3. Полная энергия $U = U_{\text{пр}} + U_{\text{от}} = -\alpha \left(\frac{\alpha}{8\beta}\right)^{1/7} + \frac{\alpha}{8} \left(\frac{\alpha}{8\beta}\right)^{1/7} = -\frac{7}{8} \alpha \left(\frac{\alpha}{8\beta}\right)^{1/7} = -\frac{7}{8} \frac{\alpha}{r_0}$</p> | $U_{\text{ст}} = -\frac{7}{8} \left(\frac{\alpha^8}{8\beta}\right)^{1/7} = -\frac{7}{8} \frac{\alpha}{r_0}$ $R = \left(\frac{36\beta}{\alpha}\right)^{1/7} = 4,5^{1/7} r_0$ |

4. Молекула будет разорвана при максимальной силе F_{\max} . Так как $F = -\frac{\partial U}{\partial r}$, то из

уравнения $\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} = 0$ находим межатомное расстояние, соответствующее максимальной силе:

$$\frac{dU}{dr} = \frac{\alpha}{r^2} - \frac{8\beta}{r^9}; \quad \frac{d^2U}{dr^2} = -\frac{2\alpha}{r_{\max}^3} + \frac{72\beta}{r_{\max}^{10}} = 0; \quad \text{тогда } r_{\max} = \left(\frac{36\beta}{\alpha}\right)^{1/7} = 4,5^{1/7} r_0$$

Задача 2 Энергия одномерного молекулярного кристалла в расчете на один атом представляется выражением

$$u(x) = A \left[\left(\frac{\sigma}{x}\right)^{12} - 2\left(\frac{\sigma}{x}\right)^6 \right],$$

где x – расстояние между соседними атомами, A и σ – постоянные. Найти равновесное межатомное расстояние x_0 , энергию связи в расчете на один атом и коэффициент сжимаемости χ

Решение.

Пусть кристалл содержит N атомов, тогда его энергия $U(x) = N u(x)$. Равновесное межатомное расстояние x_0 соответствует минимуму энергии взаимодействия, поэтому его можно найти из условия:

$$\left. \frac{dU}{dx} \right|_{x=x_0} = \left(\frac{dU}{dx} \right)_{x_0} = N \left(\frac{du}{dx} \right)_{x_0} = 0.$$

Продифференцировав выражение для $u(x)$ из условия задачи, получим, что $x_0 = \sigma$. Отсюда энергия связи в равновесном состоянии в расчете на один атом: $u_0 = u(x_0) = -A$.

$$B = V \frac{d^2U}{dV^2}$$

Сжимаемость $\chi = 1/B$, где B – объемный модуль упругости. Пусть кристалл содержит N атомов, тогда $V_0 = Nx_0$ – длина цепочки атомов («объем» кристалла в одномерном случае).

Задача 3. Экспериментальное значение энергии сцепления KCl на одну молекулу

$$U_{\text{равн}} = U(r_0) = 7.3 \text{ эВ}, \quad r_0 = 3.1 \text{ \AA}.$$

$$U(r) = -\frac{e^2\alpha}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{B}{r^n}, \quad \text{найти } n.$$

Воспользовавшись выражением для энергии связи

Решение В выражении для энергии связи два неизвестных: B и n . С учетом

$$\left. \frac{dU(r)}{dr} \right|_{r=r_0} = \frac{e^2\alpha}{4\pi\epsilon_0 r_0^2} - \frac{nB}{r_0^{n+1}} = 0,$$

уравнения

имеем систему:

$$\begin{cases} \frac{e^2\alpha}{4\pi\epsilon_0 r_0^2} - \frac{nB}{r_0^{n+1}} = 0, \\ -\frac{e^2\alpha}{4\pi\epsilon_0 r_0} + \frac{B}{r_0^n} = U_{равн}. \end{cases}$$

Решение дает:

$$\frac{1}{n} = 1 + \frac{4\pi\epsilon_0 r_0 U_{равн}}{\alpha e} \approx 0.102 \Rightarrow n \approx 9.8.$$

Заметим, что для большинства ионных кристаллов показатель степени n в потенциале сил отталкивания изменяется в пределах 6–10.

Раздел 2. Элементы кристаллографии.

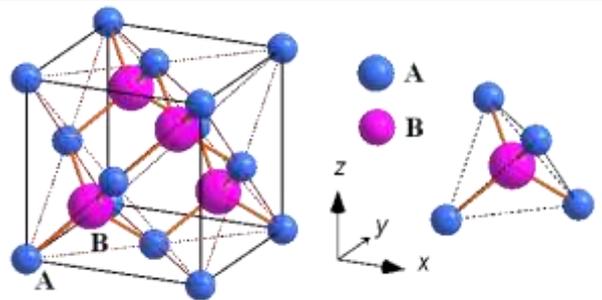
Задача 1. Для структуры алмаза (сфалерита) найти тетраэдрический угла $A-B-A$.

Решение.

Из рисунка видно, что величину тетраэдрического угла (между направленными связями в структуре алмаза) можно вычислить из соотношения

$$\cos \frac{\varphi_t}{2} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \text{ что дает}$$

значение $\varphi_t = 109^{\circ}28'$.



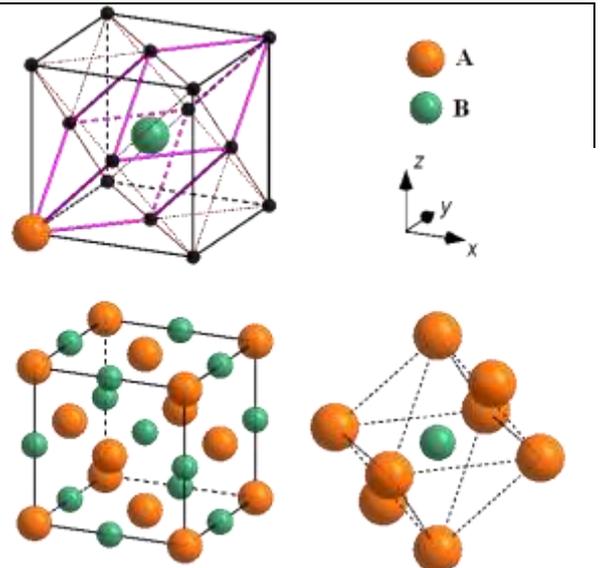
Задача 2. Определить число атомов в расширенной элементарной ячейке, изображенной на рис.3.

Решение. Объем примитивной ячейки ГЦК решетки, согласно определению основных векторов трансляций, составляет:

$$\Omega_0 = (\mathbf{a}_1, [\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3]) = \begin{vmatrix} 0 & a/2 & a/2 \\ a/2 & 0 & a/2 \\ a/2 & a/2 & 0 \end{vmatrix} = \frac{a^3}{4}.$$

В структуре NaCl на этот объем приходится два атома. Как видно из рис.3, объем расширенной элементарной ячейки (РЭЯ) $\Omega_a = a^3$.

Поскольку число атомов в какой-либо области кристалла пропорционально ее объему, то число атомов в ячейке, изображенной на рис. 3, составляет $4 \times 2 = 8$



Задача 3. Найти индексы плоскостей, проходящих через узловые точки кристаллической решетки с координатами 9; 10; 30, если параметры решетки $a=3$, $b=5$ и $c=6$.

Решение

Из кристаллографии следует, что:

$$h : k : l = \frac{a}{A} : \frac{b}{B} : \frac{c}{C}, \quad (2.12)$$

где h, k, l - индексы Миллера. Тогда:

$$h : k : l = \frac{3}{9} : \frac{5}{10} : \frac{6}{30} = \frac{1}{3} : \frac{1}{2} : \frac{1}{5} = 10 : 15 : 6.$$

Таким образом, искомые индексы плоскости (10 15 6).

ОТВЕТ: Индексы плоскости (10 15 6).

Раздел 3. Зонная теория твердых тел.

Задача 1. Получить выражение для обменно-корреляционного потенциала в локальном приближении для обменно-корреляционной энергии $E_{xc}[\rho] = \int \rho(\mathbf{r}) \varepsilon_{xc}(\rho; \mathbf{r}) d\mathbf{r}$.

Решение

Обменно-корреляционный потенциал определяется как вариационная производная

$$\begin{aligned} v_{xc}(\rho; \mathbf{r}) &= \frac{\delta E_{xc}(\rho; \mathbf{r})}{\delta \rho(\mathbf{r})} = \frac{\delta}{\delta \rho(\mathbf{r})} \int \rho(\mathbf{r}') \varepsilon_{xc}(\rho; \mathbf{r}') d\mathbf{r}' = \\ &= \int \left[\frac{\delta \rho(\mathbf{r}')}{\delta \rho(\mathbf{r})} \varepsilon_{xc} + \rho(\mathbf{r}') \frac{d\varepsilon_{xc}}{d\rho(\mathbf{r}')} \frac{\delta \rho(\mathbf{r}')}{\delta \rho(\mathbf{r})} \right] d\mathbf{r}'. \end{aligned}$$

Используя свойства вариационных производных $\frac{\delta f(\mathbf{x})}{\delta f(\mathbf{x}')} = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$, получаем выражение для обменно-корреляционного потенциала:

$$v_{xc}(\rho; \mathbf{r}) = \varepsilon_{xc}(\rho; \mathbf{r}) + \rho(\mathbf{r}) \frac{d\varepsilon_{xc}(\rho; \mathbf{r})}{d\rho(\mathbf{r})}.$$

Задача 2. Показать, что уравнение Шредингера для периодической части волновой функции $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ можно записать в виде:

$$\left[\frac{(\hat{\mathbf{p}} + \hbar \mathbf{k})^2}{2m} + V(\mathbf{r}) \right] u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{k}) u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}),$$

где $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$.

Решение. Общий вид волнового уравнения

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) \right] \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{k}) \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}).$$

Вычислим действие оператора $\hat{\mathbf{p}}^2$, $\hat{\mathbf{p}} = -i\hbar\nabla$ на функцию $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{p}}^2 e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) &= \hat{\mathbf{p}} \cdot \left[-i\hbar\nabla e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \right] = \hat{\mathbf{p}} \cdot \left[\hbar\mathbf{k} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) - i\hbar e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \nabla u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \right] = \\ &= \hat{\mathbf{p}} \cdot \left[\hbar\mathbf{k} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) + e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \hat{\mathbf{p}} u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \right] = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \left[(\hbar\mathbf{k})^2 + 2\hbar\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{p}} + \hat{\mathbf{p}}^2 \right] u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \\ &= e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} (\hat{\mathbf{p}} + \hbar\mathbf{k})^2 u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}). \end{aligned}$$

Подставляя данное выражение в уравнение Шредингера, после сокращений получим требуемый результат. Полученное уравнение можно переписать в несколько иной форме:

$$\left[\frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + V(\mathbf{r}) + \frac{\hbar\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{p}}}{m} \right] u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \left(\varepsilon(\mathbf{k}) - \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m} \right) u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}).$$

Обозначая $\hat{\mathbf{H}}_0 = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + V(\mathbf{r})$, $\hat{\mathbf{H}}' = \frac{\hbar}{m} \mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{p}}$, $\varepsilon'(\mathbf{k}) = \varepsilon(\mathbf{k}) - \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m}$,

получим
$$\left[\hat{\mathbf{H}}_0 + \hat{\mathbf{H}}' \right] u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \varepsilon'(\mathbf{k}) u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}).$$

где $\hat{\mathbf{H}}'$ называется $\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{p}}$ -гамильтонианом. Такая форма уравнения удобна для анализа решений в окрестности, например, экстремальных точек функции $\varepsilon'(\mathbf{k})$ с помощью методов теории возмущений.

Раздел 4. Электропроводность твердых тел

Задача 1 Кубический кристалл подвергнут растяжению в направлении [100]. Найти выражение для коэффициента Пуассона через упругие постоянные или модули упругости.

Решение Закон Гука для анизотропного тела записывается таким образом:

$$\begin{aligned} S_1 &= s_{11}T_1 + s_{12}T_2 + s_{13}T_3 + s_{14}T_4 + s_{15}T_5 + s_{16}T_6; \\ S_2 &= s_{21}T_1 + s_{22}T_2 + s_{23}T_3 + s_{24}T_4 + s_{25}T_5 + s_{26}T_6; \\ S_3 &= s_{31}T_1 + s_{32}T_2 + s_{33}T_3 + s_{34}T_4 + s_{35}T_5 + s_{36}T_6; \\ S_4 &= s_{41}T_1 + s_{42}T_2 + s_{43}T_3 + s_{44}T_4 + s_{45}T_5 + s_{46}T_6; \\ S_5 &= s_{51}T_1 + s_{52}T_2 + s_{53}T_3 + s_{54}T_4 + s_{55}T_5 + s_{56}T_6; \\ S_6 &= s_{61}T_1 + s_{62}T_2 + s_{63}T_3 + s_{64}T_4 + s_{65}T_5 + s_{66}T_6; \end{aligned}$$

Для кубического кристалла закон Гука записывается таким образом:

$$\begin{aligned} S_1 &= s_{11}T_1 + s_{12}T_2 + s_{12}T_3; \\ S_2 &= s_{12}T_1 + s_{11}T_2 + s_{12}T_3; \\ S_3 &= s_{12}T_1 + s_{12}T_2 + s_{11}T_3; \\ S_4 &= s_{44}T_4; \\ S_5 &= s_{44}T_5; \\ S_6 &= s_{44}T_6; \end{aligned}$$

Если существуют напряжения растяжения только вдоль оси [100], то лишь $T_1 \neq 0$. Тогда: $S_1 = s_{11}T_1$; $S_2 = s_{12}T_1$; $S_3 = s_{12}T_1$. Так как коэффициент Пуассона $\nu = -S_2/S_1$, то следует, что: $\nu = -s_{12}/s_{11}$.

ОТВЕТ: $\nu = -s_{12}/s_{11}$.

Задача 2 Кубический кристалл подвергнут гидростатическому сжатию. Показать, что величина обратная сжимаемости $B = -V(dP/dV)$, связана с упругими постоянными соотношением $B=(c_{11}+2c_{12})/3$.

Решение

В общем случае закон Гука для анизотропного тела записывается следующим образом: $S_q=s_{qr}T_r$ ($q, r = 1, 2, 3, 4, 5, 6$), где S_q - компоненты тензора деформации, T_r -компоненты тензора напряжения. При гидростатическом сжатии $T_1=T_2=T_3=-P$ и $T_4=T_5=T_6=0$. Тогда закон Гука переписывается таким образом:

$$\begin{aligned} S_1 &= -(s_{11}+s_{12}+s_{13}) P, \\ S_2 &= -(s_{12}+s_{22}+s_{23}) P, \\ S_3 &= -(s_{13}+s_{23}+s_{33}) P, \\ S_4 &= -(s_{14}+s_{24}+s_{34}) P, \\ S_5 &= -(s_{15}+s_{25}+s_{35}) P, \\ S_6 &= -(s_{16}+s_{26}+s_{36}) P. \end{aligned}$$

Объемная деформация определяется суммой $S_1+S_2+S_3$. Тогда:

$$S_1+S_2+S_3 = -(s_{11}+s_{22}+s_{33}+2(s_{12}+s_{23}+s_{13})) P.$$

Так как для кубических кристаллов $s_{11}=s_{22}=s_{33}$ и $s_{12}=s_{23}=s_{13}$, то сжимаемость:

$$\alpha = -(S_1+S_2+S_3)/P = 3(s_{11}+2s_{12}).$$

Поскольку: $c_{11}+2c_{12} = 1/(s_{11}+2s_{12})$, то $B=1/\alpha = (c_{11}+2c_{12})/3$.

ОТВЕТ: $B=(c_{11}+2c_{12})/3$.

Раздел 5. Контактные явления

Задача 1

Определить величину квазиимпульса фонона, соответствующего частоте $\omega=0,1\omega_{\max}$. Усредненное значение скорости звука в кристалле $\langle v \rangle = 1380$ м/с, характеристическая температура Дебая $\theta_D=100$ К. Дисперсией звуковых волн в кристалле пренебречь.

Решение. Квазиимпульс фонона может быть вычислен по формуле:

$$P = \frac{2\pi\hbar}{\lambda} = \hbar K.$$

При отсутствии дисперсии звуковых волн волновое число может быть определено из формулы: $K = \frac{\omega}{\langle v \rangle}$. Тогда импульс фонона можно записать:

$$P = \frac{\hbar\omega}{\langle v \rangle} = \frac{\hbar 0,1\omega_{\max}}{\langle v \rangle} = \frac{\hbar 0,1K(\theta_D/\hbar)}{\langle v \rangle} = \frac{0,1K\theta_D}{\langle v \rangle}.$$

Здесь учтено, что $\hbar\omega_{\max} = K_B\theta_D$. Подставим числовые значения:

$$P = \frac{0,1 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 100}{1380} = 10^{-25} \frac{\text{Дж} \cdot \text{с}^{-1}}{\text{м}} = 10^{-25} \text{ Н} \cdot \text{с}.$$

ОТВЕТ: $P=10^{-25}$ Н·с.

Задача 2. Вычислить теплоемкость единицы объема кристалла бромистого алюминия $AlBr_3$ по классической теории теплоемкости. Определить теплоту, необходимую для нагревания кристалла $AlBr_3$ массой 10 г на $\Delta T=5$ К.

Решение.

Теплоемкость единицы объема кристалла можно определить по формуле:

$C=C_{\mu}/V_{\mu}$, где C_{μ} и V_{μ} теплоемкость и объем одного моля вещества. Молярная теплоемкость определяется по закону Неймана-Коппа: $C_{\mu}=3nR$, где n -число атомов в соединении. Для $AlBr_3$ $n=4$. Объем V_{μ} можно выразить через плотность кристалла: $V_{\mu}=\mu/\rho$. Масса моля $AlBr_3$ равна: $\mu=3\mu_{Br}+\mu_{Al}$. Подставим эти выражения в расчетную формулу для теплоемкости:

$$C=12R\rho/(3\mu_{Br}+\mu_{Al}).$$

Из таблицы находим плотность этого кристалла $\rho=3,01 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\mu_{Br}=80 \text{ г/моль}$; $\mu_{Al}=27 \text{ г/моль}$. С учетом этих значений теплоемкость:

$$C = \frac{12 \cdot 8,31 \cdot 10^3 \cdot 3,01 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \text{К}}}{3 \cdot 80 + 27} = 1,12 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \text{К}} = 1,12 \frac{\text{МДж}}{\text{м}^3 \text{К}}$$

Теплота ΔQ , необходимая для нагревания тела от T_1 до T_2 , может быть вычислена по формуле:

$$\Delta Q = \int_{T_1}^{T_2} \frac{m}{\mu} C_{\mu} dt = \frac{m}{\mu} C_{\mu} \int_{T_1}^{T_2} dT = \frac{m}{\mu} C_{\mu} \Delta T$$

поскольку по классической теории молярная теплоемкость не зависит от температуры. Тогда окончательно:

$$\Delta Q = \frac{m}{\mu} 12R\Delta T = (12 \cdot 10^{-2} \cdot 8,31 \cdot 10^3 \cdot 5/267) \text{ Дж} = 18,7 \text{ Дж}$$

ОТВЕТ: $\Delta Q = 18,7 \text{ Дж}$

Раздел 6 . Магнитные свойства твердых тел.

Задача 1. Найти численное значение уровня Ферми меди при абсолютном нуле, учитывая, что на каждый атом меди в кристалле имеется один электрон проводимости (свободный электрон) и что эффективная масса электронов m^* приблизительно равна массе свободных электронов (плотность меди $\rho=8900 \text{ кг/м}^3$; молярная масса $\mu=63,5 \text{ г/моль}$).

Решение. Найдем связь количества электронов проводимости с уровнем Ферми.

Число электронов проводимости в металле может быть найдено с учетом формулы:

$$dN(E) = g(E) f(E) dE, \quad \text{где } f(E) = \frac{1}{\exp\left[\frac{(E - E_F)}{k_B T}\right] + 1} - \text{функция распределения}$$

Ферми-Дирака. При $T=0$ $f(E)=1$, если $E < E_F$ и $f(E)=0$, если $E > E_F$.

Плотность разрешенных квантовых состояний электронов внутри энергетической зоны:

$$g(E) = 4\pi V \frac{(2m)^{3/2}}{h^3} E^{1/2},$$

где V -объем кристалла; m - масса электрона; E -энергия электрона и h - постоянная Планка.

$$N = \int_0^{E_F(0)} dN = \int_0^{E_F(0)} g(E) f(E) dE = \int_0^{E_F(0)} 4\pi V \frac{(2m)^{3/2}}{h^3} E^{1/2} \cdot 1 \cdot dE = 8\pi V \frac{(2m)^{3/2}}{3h^3} [E_F(0)]^{3/2}.$$

Отсюда находим концентрацию электронов проводимости в металле:

$$n = \frac{N}{V} = \frac{8\pi(2m)^{3/2}}{3h^3} [E_F(0)]^{3/2}. \quad \text{Откуда энергия Ферми: } E_F(0) = \frac{h^2}{8m} \left(\frac{3n}{\pi}\right)^{2/3}.$$

По условию задачи концентрация свободных электронов в меди равна концентрации атомов меди: $n = \frac{N_A}{V_\mu} = \frac{N_A \rho}{\mu}$, где V_μ - объем моля меди, N_A - число Авогадро.

Подставляя в формулу значения N_A , ρ и μ , получаем:

$$n = \frac{6,02 \cdot 10^{26} \text{ моль}^{-1} \cdot 8900 \text{ кг/м}^3}{63,5 \text{ г/моль}} = 8,5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}. \text{Окончательно:}$$

$$E_F(0) = \frac{(6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с})^2}{8 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}} \cdot \frac{(3 \cdot 8,5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3})^{2/3}}{3,14^{2/3}} = 11,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 7 \text{ эВ}.$$

ОТВЕТ: 7 эВ.

Задача 2 Какова вероятность того, что электрон в металле будет иметь энергию, равную энергии Ферми..

Решение При $E = \mu$ функция Ферми-Дирака:

$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{k_B T}} + 1} = \frac{1}{1+1} = 0,5.$$

Вероятность нахождения электрона на уровне Ферми равна 0,5.

ОТВЕТ: 0,5.

Типовые вопросы к зачету по дисциплине «Физика конденсированного состояния»

Раздел 1. Введение в физику конденсированных сред

1. Строение конденсированных сред.
2. Кристаллическая структура и ее описание. Симметрия кристалла.
3. Дифракция в кристаллах. Межатомные силы и энергия связи.
4. Динамика кристаллической решетки.
5. Упругие волны, смещения атомов и фононы. Теплоемкость.
6. Ближний и дальний порядок, функция радиального распределения частиц, пространственная когерентность.
7. Методы ДСА и их применение к проблемам физики твердого тела.
8. Упорядочение атомно-кристаллической структуры. Теория дальнего порядка.

Раздел 2. Элементы кристаллографии.

1. Рентгено-электронно-нейтронография. Дифракционный структурный анализ.
2. Интенсивность спектра дифракционной решетки.
3. Интерференционная функция и ее отображение в обратном пространстве.
4. Уравнения Лауэ и формула Вульфа-Брэгга.
5. Лауэвские классы и рентгеновские пространственные группы.
6. Характеристика излучений, используемых в ДСА (рентген, нейтроны, электроны, синхротронное излучение).
7. Дифракционный анализ реальных кристаллов.
8. Методы анализа дифракционных картин от реального кристалла. Принципы динамической теории рассеяния.

Раздел 3. Зонная теория твердых тел.

1. Электронные волны в кристалле.
2. Энергия Ферми. Квазичастицы и электронная теплоемкость.
3. Электроны в металлах. Свойства электронного газа в основном состоянии.
4. Термодинамические свойства газа свободных электронов в приближении сферы Ферми.
5. Электроны в периодическом поле. Теорема Блоха. Зоны Бриллюэна.
6. Энергетические зоны. Поверхность Ферми.
7. Квантовая теория гармонического кристалла.
8. Общая теория теплоемкости кристалла. Модели Дебая и Эйнштейна.
9. Фононы и фононный спектр. Теплоемкость при высоких, низких и промежуточных температурах.

Раздел 4. Электропроводность твердых тел

1. Идеальный и реальный кристаллы. Точечные дефекты и кластеры. Твердые растворы. Самодиффузия и диффузия.
2. Прочность и пластичность кристаллов. Континуальная теория дислокаций. Термодинамическое равновесие и фазовые превращения в твердом состоянии.
3. Термодинамические потенциалы и условия равновесия.
4. Классификация фазовых переходов.
5. Бездиффузионные и диффузионные фазовые превращения.

Раздел 5. Контактные явления

1. Основные методы ядерной физики для исследования конденсированных сред.
2. Ядерный магнитный резонанс (теория и методы).
3. Ядерный квадрупольный резонанс. Метод спинового эха. Методы ЭПР и ЯМР.
4. Мессбауэровская спектроскопия (теория и методы).
5. Мессбауэровское рассеяние и мессбауэровская дифракция.
6. Мессбауэровская конверсионная спектроскопия. Экспериментальные методы и их особенности.

Раздел 6. Магнитные свойства твердых тел.

1. Приближение почти свободных электронов. Современные методы расчета. Псевдопотенциал. Метод сильной связи. Плотность состояний.
2. Диаграммы состояний.
3. Энергия связи в приближении парного взаимодействия. Энтропия смешения.
4. Стабильность фаз и механизм фазовых превращений в твердом состоянии.
5. Конденсированные системы. Кристаллизация. Аморфизация. Жидкие кристаллы. Многообразие фазовых переходов.