

## Оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине

### Физика конденсированного состояния, 7 семестр

Код, направление подготовки	03.03.02
Направленность (профиль)	Цифровые технологии в геофизике
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Кафедра экспериментальной физики
Выпускающая кафедра	Кафедра экспериментальной физики

Типовые задания для контрольной работы:

#### Раздел 1. Введение в физику конденсированных сред

<p><b>Задача 1.</b> Пусть энергия частицы в поле другой частицы зависит от расстояния между центрами этих частиц следующим образом: где <math>\alpha</math> и <math>\beta</math> - постоянные Показать, что:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Эти две частицы образуют стабильное соединение при <math>r = r_0 = (8\beta/\alpha)^{1/7}</math>;</li> <li>2. В случае образования стабильной конфигурации энергия притяжения в 8 раз больше энергии отталкивания;</li> <li>3. Полная потенциальная энергия двух частиц при стабильной конфигурации:</li> <li>4. Если разделять частицы, то молекула разорвется, как только будет достигнуто расстояние R:</li> </ol>	$U(r) = -\frac{\alpha}{r} + \frac{\beta}{r^8}$
<p><b>Решение</b></p> <p>1. В состоянии равновесия</p>	$\left(\frac{dU}{dr}\right)_{r=r_0} = 0 \text{ или } \frac{\alpha}{r_0^2} - \frac{8\beta}{r_0^9} = 0 \Rightarrow r_0 = \left(\frac{8\beta}{\alpha}\right)^{1/7}$
<p>2. Энергия притяжения</p> <p style="margin-left: 20px;">энергия отталкивания</p> <p style="margin-left: 20px;">Сравнивая <math>U_{\text{пр}}</math> и <math>U_{\text{от}}</math>, получим <math> U_{\text{пр}}  = 8 U_{\text{от}}</math></p>	$U_{\text{пр}} = -\frac{\alpha}{r_0} = -\alpha \left(\frac{\alpha}{8\beta}\right)^{1/7}$ $U_{\text{от}} \frac{\beta}{r_0^8} = \beta \left(\frac{\alpha}{8\beta}\right)^{8/7} = \frac{\alpha}{8} \left(\frac{\alpha}{8\beta}\right)^{1/7}$
<p>3. Полная энергия <math>U = U_{\text{пр}} + U_{\text{от}} = -\alpha \left(\frac{\alpha}{8\beta}\right)^{1/7} + \frac{\alpha}{8} \left(\frac{\alpha}{8\beta}\right)^{1/7} = -\frac{7}{8} \alpha \left(\frac{\alpha}{8\beta}\right)^{1/7} = -\frac{7}{8} \frac{\alpha}{r_0}</math></p>	$R = \left(\frac{36\beta}{\alpha}\right)^{1/7} = 4,5^{1/7} r_0$

4. Молекула будет разорвана при максимальной силе  $F_{\max}$ . Так как  $F = -\frac{\partial U}{\partial r}$ , то из

уравнения  $\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} = 0$  находим межатомное расстояние, соответствующее максимальной силе:

$$\frac{dU}{dr} = \frac{\alpha}{r^2} - \frac{8\beta}{r^9}; \quad \frac{d^2U}{dr^2} = -\frac{2\alpha}{r_{\max}^3} + \frac{72\beta}{r_{\max}^{10}} = 0; \quad \text{тогда } r_{\max} = \left(\frac{36\beta}{\alpha}\right)^{1/7} = 4,5^{1/7} r_0$$

**Задача 2** Энергия одномерного молекулярного кристалла в расчете на один атом представляется выражением

$$u(x) = A \left[ \left(\frac{\sigma}{x}\right)^{12} - 2\left(\frac{\sigma}{x}\right)^6 \right],$$

где  $x$  – расстояние между соседними атомами,  $A$  и  $\sigma$  – постоянные. Найти равновесное межатомное расстояние  $x_0$ , энергию связи в расчете на один атом и коэффициент сжимаемости  $\chi$

**Решение.**

Пусть кристалл содержит  $N$  атомов, тогда его энергия  $U(x) = N u(x)$ . Равновесное межатомное расстояние  $x_0$  соответствует минимуму энергии взаимодействия, поэтому его можно найти из условия:

$$\left. \frac{dU}{dx} \right|_{x=x_0} = \left( \frac{dU}{dx} \right)_{x_0} = N \left( \frac{du}{dx} \right)_{x_0} = 0.$$

Продифференцировав выражение для  $u(x)$  из условия задачи, получим, что  $x_0 = \sigma$ . Отсюда энергия связи в равновесном состоянии в расчете на один атом:  $u_0 = u(x_0) = -A$ .

$$B = V \frac{d^2U}{dV^2}$$

Сжимаемость  $\chi = 1/B$ , где  $B$  – объемный модуль упругости. Пусть кристалл содержит  $N$  атомов, тогда  $V_0 = Nx_0$  – длина цепочки атомов («объем» кристалла в одномерном случае).

**Задача 3.** Экспериментальное значение энергии сцепления KCl на одну молекулу

$$U_{\text{равн}} = U(r_0) = 7.3 \text{ эВ}, \quad r_0 = 3.1 \text{ \AA}.$$

$$U(r) = -\frac{e^2\alpha}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{B}{r^n}, \quad \text{найти } n.$$

Воспользовавшись выражением для энергии связи

**Решение** В выражении для энергии связи два неизвестных:  $B$  и  $n$ . С учетом

$$\left. \frac{dU(r)}{dr} \right|_{r=r_0} = \frac{e^2\alpha}{4\pi\epsilon_0 r_0^2} - \frac{nB}{r_0^{n+1}} = 0,$$

уравнения

имеем систему:

$$\begin{cases} \frac{e^2\alpha}{4\pi\epsilon_0 r_0^2} - \frac{nB}{r_0^{n+1}} = 0, \\ -\frac{e^2\alpha}{4\pi\epsilon_0 r_0} + \frac{B}{r_0^n} = U_{равн}. \end{cases}$$

Решение дает:

$$\frac{1}{n} = 1 + \frac{4\pi\epsilon_0 r_0 U_{равн}}{\alpha e} \approx 0.102 \Rightarrow n \approx 9.8.$$

Заметим, что для большинства ионных кристаллов показатель степени  $n$  в потенциале сил отталкивания изменяется в пределах 6–10.

## Раздел 2. Элементы кристаллографии.

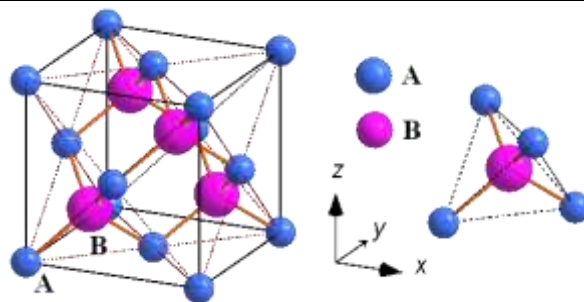
**Задача 1.** Для структуры алмаза (сфалерита) найти тетраэдрический угла  $A-B-A$ .

**Решение.**

Из рисунка видно, что величину тетраэдрического угла (между направленными связями в структуре алмаза) можно вычислить из соотношения

$$\cos \frac{\varphi_t}{2} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \text{ что дает}$$

значение  $\varphi_t = 109^{\circ}28'$ .



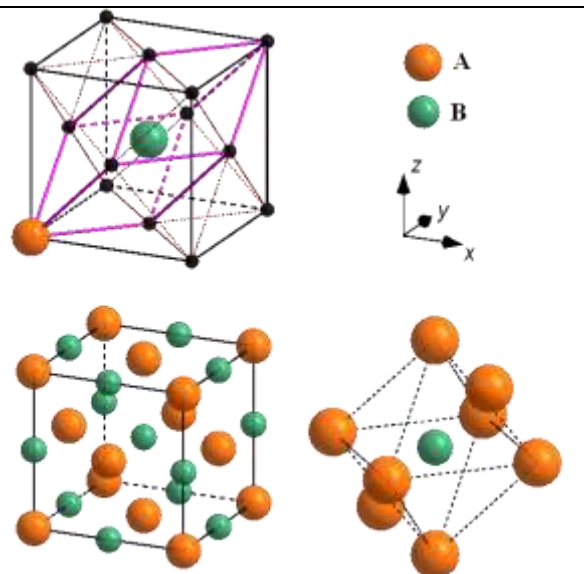
**Задача 2.** Определить число атомов в расширенной элементарной ячейке, изображенной на рис.3.

**Решение.** Объем примитивной ячейки ГЦК решетки, согласно определению основных векторов трансляций, составляет:

$$\Omega_0 = (\mathbf{a}_1, [\mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3]) = \begin{vmatrix} 0 & a/2 & a/2 \\ a/2 & 0 & a/2 \\ a/2 & a/2 & 0 \end{vmatrix} = \frac{a^3}{4}.$$

В структуре NaCl на этот объем приходится два атома. Как видно из рис.3, объем расширенной элементарной ячейки (РЭЯ)  $\Omega_a = a^3$ .

Поскольку число атомов в какой-либо области кристалла пропорционально ее объему, то число атомов в ячейке, изображенной на рис. 3, составляет  $4 \times 2 = 8$



**Задача 3.** Найти индексы плоскостей, проходящих через узловые точки кристаллической решетки с координатами 9; 10; 30, если параметры решетки  $a=3$ ,  $b=5$  и  $c=6$ .

**Решение**

Из кристаллографии следует, что:

$$h : k : l = \frac{a}{A} : \frac{b}{B} : \frac{c}{C}, \quad (2.12)$$

где  $h, k, l$  - индексы Миллера. Тогда:

$$h : k : l = \frac{3}{9} : \frac{5}{10} : \frac{6}{30} = \frac{1}{3} : \frac{1}{2} : \frac{1}{5} = 10 : 15 : 6.$$

Таким образом, искомые индексы плоскости (10 15 6).

ОТВЕТ: Индексы плоскости (10 15 6).

**Раздел 3. Зонная теория твердых тел.**

**Задача 1.** Получить выражение для обменно-корреляционного потенциала в локальном приближении для обменно-корреляционной энергии  $E_{xc}[\rho] = \int \rho(\mathbf{r}) \varepsilon_{xc}(\rho; \mathbf{r}) d\mathbf{r}$ .

**Решение**

Обменно-корреляционный потенциал определяется как вариационная производная

$$\begin{aligned} v_{xc}(\rho; \mathbf{r}) &= \frac{\delta E_{xc}(\rho; \mathbf{r})}{\delta \rho(\mathbf{r})} = \frac{\delta}{\delta \rho(\mathbf{r})} \int \rho(\mathbf{r}') \varepsilon_{xc}(\rho; \mathbf{r}') d\mathbf{r}' = \\ &= \int \left[ \frac{\delta \rho(\mathbf{r}')}{\delta \rho(\mathbf{r})} \varepsilon_{xc} + \rho(\mathbf{r}') \frac{d\varepsilon_{xc}}{d\rho(\mathbf{r}')} \frac{\delta \rho(\mathbf{r}')}{\delta \rho(\mathbf{r})} \right] d\mathbf{r}'. \end{aligned}$$

Используя свойства вариационных производных  $\frac{\delta f(\mathbf{x})}{\delta f(\mathbf{x}')} = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$ , получаем выражение для обменно-корреляционного потенциала:

$$v_{xc}(\rho; \mathbf{r}) = \varepsilon_{xc}(\rho; \mathbf{r}) + \rho(\mathbf{r}) \frac{d\varepsilon_{xc}(\rho; \mathbf{r})}{d\rho(\mathbf{r})}.$$

**Задача 2.** Показать, что уравнение Шредингера для периодической части волновой функции  $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$  можно записать в виде:

$$\left[ \frac{(\hat{\mathbf{p}} + \hbar \mathbf{k})^2}{2m} + V(\mathbf{r}) \right] u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{k}) u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}),$$

где  $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ .

**Решение.** Общий вид волнового уравнения

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) \right] \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{k}) \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}).$$

Вычислим действие оператора  $\hat{\mathbf{p}}^2$ ,  $\hat{\mathbf{p}} = -i\hbar\nabla$  на функцию  $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{p}}^2 e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) &= \hat{\mathbf{p}} \cdot \left[ -i\hbar\nabla e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \right] = \hat{\mathbf{p}} \cdot \left[ \hbar\mathbf{k} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) - i\hbar e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \nabla u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \right] = \\ &= \hat{\mathbf{p}} \cdot \left[ \hbar\mathbf{k} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) + e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \hat{\mathbf{p}} u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \right] = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \left[ (\hbar\mathbf{k})^2 + 2\hbar\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{p}} + \hat{\mathbf{p}}^2 \right] u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \\ &= e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} (\hat{\mathbf{p}} + \hbar\mathbf{k})^2 u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}). \end{aligned}$$

Подставляя данное выражение в уравнение Шредингера, после сокращений получим требуемый результат. Полученное уравнение можно переписать в несколько иной форме:

$$\left[ \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + V(\mathbf{r}) + \frac{\hbar\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{p}}}{m} \right] u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \left( \varepsilon(\mathbf{k}) - \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m} \right) u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}).$$

Обозначая  $\hat{\mathbf{H}}_0 = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + V(\mathbf{r})$ ,  $\hat{\mathbf{H}}' = \frac{\hbar}{m} \mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{p}}$ ,  $\varepsilon'(\mathbf{k}) = \varepsilon(\mathbf{k}) - \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m}$ ,

получим 
$$\left[ \hat{\mathbf{H}}_0 + \hat{\mathbf{H}}' \right] u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \varepsilon'(\mathbf{k}) u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}).$$

где  $\hat{\mathbf{H}}'$  называется  $\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{p}}$ -гамильтонианом. Такая форма уравнения удобна для анализа решений в окрестности, например, экстремальных точек функции  $\varepsilon'(\mathbf{k})$  с помощью методов теории возмущений.

#### Раздел 4. Электропроводность твердых тел

**Задача 1** Кубический кристалл подвергнут растяжению в направлении [100]. Найти выражение для коэффициента Пуассона через упругие постоянные или модули упругости.

**Решение** Закон Гука для анизотропного тела записывается таким образом:

$$\begin{aligned} S_1 &= s_{11}T_1 + s_{12}T_2 + s_{13}T_3 + s_{14}T_4 + s_{15}T_5 + s_{16}T_6; \\ S_2 &= s_{21}T_1 + s_{22}T_2 + s_{23}T_3 + s_{24}T_4 + s_{25}T_5 + s_{26}T_6; \\ S_3 &= s_{31}T_1 + s_{32}T_2 + s_{33}T_3 + s_{34}T_4 + s_{35}T_5 + s_{36}T_6; \\ S_4 &= s_{41}T_1 + s_{42}T_2 + s_{43}T_3 + s_{44}T_4 + s_{45}T_5 + s_{46}T_6; \\ S_5 &= s_{51}T_1 + s_{52}T_2 + s_{53}T_3 + s_{54}T_4 + s_{55}T_5 + s_{56}T_6; \\ S_6 &= s_{61}T_1 + s_{62}T_2 + s_{63}T_3 + s_{64}T_4 + s_{65}T_5 + s_{66}T_6; \end{aligned}$$

Для кубического кристалла закон Гука записывается таким образом:

$$\begin{aligned} S_1 &= s_{11}T_1 + s_{12}T_2 + s_{12}T_3; \\ S_2 &= s_{12}T_1 + s_{11}T_2 + s_{12}T_3; \\ S_3 &= s_{12}T_1 + s_{12}T_2 + s_{11}T_3; \\ S_4 &= s_{44}T_4; \\ S_5 &= s_{44}T_5; \\ S_6 &= s_{44}T_6; \end{aligned}$$

Если существуют напряжения растяжения только вдоль оси [100], то лишь  $T_1 \neq 0$ . Тогда:  $S_1 = s_{11}T_1$ ;  $S_2 = s_{12}T_1$ ;  $S_3 = s_{12}T_1$ . Так как коэффициент Пуассона  $\nu = -S_2/S_1$ , то следует, что:  $\nu = -s_{12}/s_{11}$ .

**ОТВЕТ:**  $\nu = -s_{12}/s_{11}$ .

**Задача 2** Кубический кристалл подвергнут гидростатическому сжатию. Показать, что величина обратная сжимаемости  $B = -V(dP/dV)$ , связана с упругими постоянными соотношением  $B=(c_{11}+2c_{12})/3$ .

**Решение**

В общем случае закон Гука для анизотропного тела записывается следующим образом:  $S_q=s_{qr}T_r$  ( $q, r = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ), где  $S_q$ - компоненты тензора деформации,  $T_r$ -компоненты тензора напряжения. При гидростатическом сжатии  $T_1=T_2=T_3=-P$  и  $T_4=T_5=T_6=0$ . Тогда закон Гука переписывается таким образом:

$$\begin{aligned} S_1 &= -(s_{11}+s_{12}+s_{13}) P, \\ S_2 &= -(s_{12}+s_{22}+s_{23}) P, \\ S_3 &= -(s_{13}+s_{23}+s_{33}) P, \\ S_4 &= -(s_{14}+s_{24}+s_{34}) P, \\ S_5 &= -(s_{15}+s_{25}+s_{35}) P, \\ S_6 &= -(s_{16}+s_{26}+s_{36}) P. \end{aligned}$$

Объемная деформация определяется суммой  $S_1+S_2+S_3$ . Тогда:

$$S_1+S_2+S_3 = -[s_{11}+s_{22}+s_{33}+2(s_{12}+s_{23}+s_{13})] P.$$

Так как для кубических кристаллов  $s_{11}=s_{22}=s_{33}$  и  $s_{12}=s_{23}=s_{13}$ , то сжимаемость:

$$\alpha = -(S_1+S_2+S_3)/P = 3(s_{11}+2s_{12}).$$

Поскольку:  $c_{11}+2c_{12} = 1/(s_{11}+2s_{12})$ , то  $B=1/\alpha = (c_{11}+2c_{12})/3$ .

**ОТВЕТ:  $B=(c_{11}+2c_{12})/3$ .**

**Раздел 5. Контактные явления**

**Задача 1**

Определить величину квазиимпульса фонона, соответствующего частоте  $\omega=0,1\omega_{\max}$ . Усредненное значение скорости звука в кристалле  $\langle v \rangle = 1380$  м/с, характеристическая температура Дебая  $\theta_D=100$ К. Дисперсией звуковых волн в кристалле пренебречь.

**Решение.** Квазиимпульс фонона может быть вычислен по формуле:

$$P = \frac{2\pi\hbar}{\lambda} = \hbar K.$$

При отсутствии дисперсии звуковых волн волновое число может быть определено из формулы:  $K = \frac{\omega}{\langle v \rangle}$ . Тогда импульс фонона можно записать:

$$P = \frac{\hbar\omega}{\langle v \rangle} = \frac{\hbar 0,1\omega_{\max}}{\langle v \rangle} = \frac{\hbar 0,1K(\theta_D/\hbar)}{\langle v \rangle} = \frac{0,1K\theta_D}{\langle v \rangle}.$$

Здесь учтено, что  $\hbar\omega_{\max} = K_B\theta_D$ . Подставим числовые значения:

$$P = \frac{0,1 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 100}{1380} = 10^{-25} \frac{\text{Дж} \cdot \text{с}^{-1}}{\text{м}} = 10^{-25} \text{ Н} \cdot \text{с}.$$

**ОТВЕТ:  $P=10^{-25}$  Н·с.**

**Задача 2.** Вычислить теплоемкость единицы объема кристалла бромистого алюминия  $AlBr_3$  по классической теории теплоемкости. Определить теплоту, необходимую для нагревания кристалла  $AlBr_3$  массой 10 г на  $\Delta T=5$ К.

**Решение.**

Теплоемкость единицы объема кристалла можно определить по формуле:

$C=C_{\mu}/V_{\mu}$ , где  $C_{\mu}$  и  $V_{\mu}$  теплоемкость и объем одного моля вещества. Молярная теплоемкость определяется по закону Неймана-Коппа:  $C_{\mu}=3nR$ , где  $n$ -число атомов в соединении. Для  $AlBr_3$   $n=4$ . Объем  $V_{\mu}$  можно выразить через плотность кристалла:  $V_{\mu}=\mu/\rho$ . Масса моля  $AlBr_3$  равна:  $\mu=3\mu_{Br}+\mu_{Al}$ . Подставим эти выражения в расчетную формулу для теплоемкости:

$$C=12R\rho/(3\mu_{Br}+\mu_{Al}).$$

Из таблицы находим плотность этого кристалла  $\rho=3,01 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ,  $\mu_{Br}=80 \text{ г/моль}$ ;  $\mu_{Al}=27 \text{ г/моль}$ . С учетом этих значений теплоемкость:

$$C = \frac{12 \cdot 8,31 \cdot 10^3 \cdot 3,01 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \text{К}}}{3 \cdot 80 + 27} = 1,12 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \text{К}} = 1,12 \frac{\text{МДж}}{\text{м}^3 \text{К}}$$

Теплота  $\Delta Q$ , необходимая для нагревания тела от  $T_1$  до  $T_2$ , может быть вычислена по формуле:

$$\Delta Q = \int_{T_1}^{T_2} \frac{m}{\mu} C_{\mu} dt = \frac{m}{\mu} C_{\mu} \int_{T_1}^{T_2} dT = \frac{m}{\mu} C_{\mu} \Delta T$$

поскольку по классической теории молярная теплоемкость не зависит от температуры. Тогда окончательно:

$$\Delta Q = \frac{m}{\mu} 12R\Delta T = (12 \cdot 10^{-2} \cdot 8,31 \cdot 10^3 \cdot 5/267) \text{ Дж} = 18,7 \text{ Дж}$$

ОТВЕТ:  $\Delta Q = 18,7 \text{ Дж}$

## Раздел 6 . Магнитные свойства твердых тел.

**Задача 1.** Найти численное значение уровня Ферми меди при абсолютном нуле, учитывая, что на каждый атом меди в кристалле имеется один электрон проводимости (свободный электрон) и что эффективная масса электронов  $m^*$  приблизительно равна массе свободных электронов (плотность меди  $\rho=8900 \text{ кг/м}^3$ ; молярная масса  $\mu=63,5 \text{ г/моль}$ ).

**Решение.** Найдем связь количества электронов проводимости с уровнем Ферми.

Число электронов проводимости в металле может быть найдено с учетом формулы:

$$dN(E) = g(E) f(E) dE, \quad \text{где } f(E) = \frac{1}{\exp\left[\frac{(E - E_F)}{k_B T}\right] + 1} - \text{функция распределения}$$

Ферми-Дирака. При  $T=0$   $f(E)=1$ , если  $E < E_F$  и  $f(E)=0$ , если  $E > E_F$ .

Плотность разрешенных квантовых состояний электронов внутри энергетической зоны:

$$g(E) = 4\pi V \frac{(2m)^{3/2}}{h^3} E^{1/2},$$

где  $V$ -объем кристалла;  $m$ - масса электрона;  $E$ -энергия электрона и  $h$ - постоянная Планка.

$$N = \int_0^{E_F(0)} dN = \int_0^{E_F(0)} g(E) f(E) dE = \int_0^{E_F(0)} 4\pi V \frac{(2m)^{3/2}}{h^3} E^{1/2} \cdot 1 \cdot dE = 8\pi V \frac{(2m)^{3/2}}{3h^3} [E_F(0)]^{3/2}.$$

Отсюда находим концентрацию электронов проводимости в металле:

$$n = \frac{N}{V} = \frac{8\pi(2m)^{3/2}}{3h^3} [E_F(0)]^{3/2}. \quad \text{Откуда энергия Ферми: } E_F(0) = \frac{h^2}{8m} \left(\frac{3n}{\pi}\right)^{2/3}.$$

По условию задачи концентрация свободных электронов в меди равна концентрации атомов меди:  $n = \frac{N_A}{V_\mu} = \frac{N_A \rho}{\mu}$ , где  $V_\mu$ - объем моля меди,  $N_A$ - число Авогадро.

Подставляя в формулу значения  $N_A$ ,  $\rho$  и  $\mu$ , получаем:

$$n = \frac{6,02 \cdot 10^{26} \text{ моль}^{-1} \cdot 8900 \text{ кг/м}^3}{63,5 \text{ г/моль}} = 8,5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}. \text{Окончательно:}$$

$$E_F(0) = \frac{(6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с})^2}{8 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}} \cdot \frac{(3 \cdot 8,5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3})^{2/3}}{3,14^{2/3}} = 11,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 7 \text{ эВ}.$$

**ОТВЕТ: 7 эВ.**

**Задача 2** Какова вероятность того, что электрон в металле будет иметь энергию, равную энергии Ферми..

**Решение** При  $E = \mu$  функция Ферми-Дирака:

$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{k_B T}} + 1} = \frac{1}{1+1} = 0,5.$$

Вероятность нахождения электрона на уровне Ферми равна 0,5.

**ОТВЕТ: 0,5.**

*Типовые вопросы к зачету по дисциплине «Физика конденсированного состояния»*

### Раздел 1. Введение в физику конденсированных сред

1. Строение конденсированных сред.
2. Кристаллическая структура и ее описание. Симметрия кристалла.
3. Дифракция в кристаллах. Межатомные силы и энергия связи.
4. Динамика кристаллической решетки.
5. Упругие волны, смещения атомов и фононы. Теплоемкость.
6. Ближний и дальний порядок, функция радиального распределения частиц, пространственная когерентность.
7. Методы ДСА и их применение к проблемам физики твердого тела.
8. Упорядочение атомно-кристаллической структуры. Теория дальнего порядка.

### Раздел 2. Элементы кристаллографии.

1. Рентгено-электроно-нейтронография. Дифракционный структурный анализ.
2. Интенсивность спектра дифракционной решетки.
3. Интерференционная функция и ее отображение в обратном пространстве.
4. Уравнения Лауэ и формула Вульфа-Брэгга.
5. Лауэвские классы и рентгеновские пространственные группы.
6. Характеристика излучений, используемых в ДСА (рентген, нейтроны, электроны, синхротронное излучение).
7. Дифракционный анализ реальных кристаллов.
8. Методы анализа дифракционных картин от реального кристалла. Принципы динамической теории рассеяния.



### **Раздел 3. Зонная теория твердых тел.**

1. Электронные волны в кристалле.
2. Энергия Ферми. Квазичастицы и электронная теплоемкость.
3. Электроны в металлах. Свойства электронного газа в основном состоянии.
4. Термодинамические свойства газа свободных электронов в приближении сферы Ферми.
5. Электроны в периодическом поле. Теорема Блоха. Зоны Бриллюэна.
6. Энергетические зоны. Поверхность Ферми.
7. Квантовая теория гармонического кристалла.
8. Общая теория теплоемкости кристалла. Модели Дебая и Эйнштейна.
9. Фононы и фононный спектр. Теплоемкость при высоких, низких и промежуточных температурах.

### **Раздел 4. Электропроводность твердых тел**

1. Идеальный и реальный кристаллы. Точечные дефекты и кластеры. Твердые растворы. Самодиффузия и диффузия.
2. Прочность и пластичность кристаллов. Континуальная теория дислокаций. Термодинамическое равновесие и фазовые превращения в твердом состоянии.
3. Термодинамические потенциалы и условия равновесия.
4. Классификация фазовых переходов.
5. Бездиффузионные и диффузионные фазовые превращения.

### **Раздел 5. Контактные явления**

1. Основные методы ядерной физики для исследования конденсированных сред.
2. Ядерный магнитный резонанс (теория и методы).
3. Ядерный квадрупольный резонанс. Метод спинового эха. Методы ЭПР и ЯМР.
4. Мессбауэровская спектроскопия (теория и методы).
5. Мессбауэровское рассеяние и мессбауэровская дифракция.
6. Мессбауэровская конверсионная спектроскопия. Экспериментальные методы и их особенности.

### **Раздел 6. Магнитные свойства твердых тел.**

1. Приближение почти свободных электронов. Современные методы расчета. Псевдопотенциал. Метод сильной связи. Плотность состояний.
2. Диаграммы состояний.
3. Энергия связи в приближении парного взаимодействия. Энтропия смешения.
4. Стабильность фаз и механизм фазовых превращений в твердом состоянии.
5. Конденсированные системы. Кристаллизация. Аморфизация. Жидкие кристаллы. Многообразие фазовых переходов.