

Оценочные материалы для промежуточной аттестации по дисциплине

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Квалификация выпускника	Бакалавр
Направление подготовки	08.03.01 «Строительство»
Форма обучения	Очно-заочная
Кафедра-разработчик	Прикладной математики
Выпускающая кафедра	Строительных технологий и конструкций

1 семестр.

Типовые задания для контрольной работы:

1. Решить систему уравнений 1) методом Крамера; 2) матричным методом; 3) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x - 4y + 9z - 28 = 0 \\ 7x + 3y - 6z + 1 = 0 \\ 7x + 9y - 9z - 5 = 0 \end{cases} .$$

2. а) Найти общее решение и одно частное решение системы уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4 \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = -2 \end{cases}$$

б) Найти фундаментальную систему решений и общее решение для соответствующей однородной системы уравнений.

3. Решить уравнение $x^2 - 5x + 25 = 0$.

4. Вычислить а) $\frac{(2+i)(3-2i)+3}{(5-i)(4+i)+3i}$, б) $\frac{(-\sqrt{3}+i)^{100}}{(\sqrt{3}-i)^{150}}$.

5. Найти все значения $\sqrt[3]{8i}$.

6. Даны координаты вершин треугольника: А(3,1), В(-1,6), С(1,7). Найти: 1) уравнение прямой АС, 2) угол между сторонами АВ и АС, 3) уравнение высоты, опущенной из вершины С на сторону АВ, 4) длину высоты, опущенной из вершины С на сторону АВ, 5) уравнение медианы, проведенной из вершины В, 6) уравнение прямой, проходящей через вершину С и параллельной прямой АВ.

7. Даны координаты вершин пирамиды: А(4, 2, 3), В(3, 0, 1), С(-1, 2, 4), D(1, 1, -1). Найти: 1) уравнение грани АВС, 2) уравнение прямой AD, 3) угол между ребром AD и гранью АВС, 4) уравнение высоты, опущенной из вершины D на грань АВС, 5) длину высоты, опущенной из вершины D на грань АВС.

Типовые вопросы к экзамену:

1. Определители 2-го и 3-го порядка. Формулы Крамера для решения неоднородной СЛАУ 2-го и 3-го порядка.
2. Свойства определителей. Минор и алгебраическое дополнение.
3. Перестановки и подстановки. Теорема Лапласа. Методы вычисления определителей произвольного порядка.
4. Матрицы и операции над ними. Свойства операций над матрицами.
5. Обратная матрица. Алгоритм нахождения обратной матрицы. Решение неоднородной СЛАУ матричным способом.
6. Линейное векторное пространство. Ранг матрицы. Методы нахождения ранга матрицы. Базисный минор.
7. Метод Гаусса для решения неоднородных СЛАУ произвольного порядка. Теорема Кронекера – Капелли. Общее и частное решения.
8. Однородные СЛАУ. Свойства решений однородной СЛАУ. Метод Гаусса для решения однородных СЛАУ. Фундаментальная система решений. Алгоритм нахождения ФСР. Общее решение.
9. Геометрическая интерпретация решения СЛАУ 3-го порядка.
10. Комплексные числа. Операции над ними. Тригонометрическая форма комплексного числа. Геометрическая интерпретация.
11. Возведение в степень и извлечение корня из комплексных чисел. Корни n -ой степени из единицы.
12. Векторы, операции над ними, свойства операций.
13. Линейная зависимость векторов. Базис, система координат. Декартова и полярная СК. Деление отрезка в данном отношении.
14. Проекция вектора на ось, координаты и модуль вектора. Линейные операции над векторами, заданными координатами.
15. Скалярное произведение векторов. Свойства. Вычисление скалярного произведения через координаты векторов. Геометрическое применение.
16. Векторное произведение векторов. Свойства. Вычисление векторного произведения через координаты векторов. Геометрическое применение.
17. Смешанное произведение векторов. Свойства. Вычисление смешанного произведения через координаты векторов. Геометрическое применение.
18. Общее уравнение прямой на плоскости. Исследование общего уравнения прямой.
19. Каноническое, параметрическое уравнения прямой на плоскости. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Переход от одного типа уравнения к другому.
20. Нормальное уравнение прямой на плоскости. Отклонение и расстояние от точки до плоскости.
21. Угол между прямыми на плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
22. Общее уравнение плоскости. Исследование общего уравнения плоскости.
23. Уравнение плоскости, проходящей через три точки. Нормальное уравнение плоскости. Отклонение и расстояние от точки до плоскости.
24. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
25. Общее, каноническое, параметрическое уравнения прямой в пространстве. Переход от одного типа уравнения к другому.
26. Угол между прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
27. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
28. Эллипс. Каноническое уравнение эллипса.
29. Гипербола. Каноническое уравнение гиперболы. Асимптоты гиперболы.

30. Парабола. Каноническое уравнение параболы.
 31. Эксцентриситет и директрисы для кривых 2-го порядка.

2 семестр.

Типовые задания для контрольной работы:

1. Найти дифференциал dy функций: 1.1 $y = (\operatorname{tg} 2x)^{\sin 2x}$ 1.2 $y = \arcsin^2 \sqrt{\sin 3x}$
2. Найти: 2.1 $\frac{dy}{dx}$ функции $y^{\frac{2}{3}} + \cos(xy) - x^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}} \operatorname{tg}^{\frac{2}{3}}(xy)$; 2.2 $\frac{d^2y}{dx^2}$ функции $\begin{cases} x = \frac{t^2}{1-t^2} \\ y = \frac{1}{1+t^2} \end{cases}$.
3. Для функции $y = \ln \sin 2x$ найти d^3y .
4. Исследовать функцию и построить график функции $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$.
5. Найти:
- 1) $\int \frac{\arcsin x dx}{\sqrt{1+x}}$; 2) $\int \frac{\sin^5 x}{\cos^4 x} dx$; 3) $\int \frac{(4x-3)dx}{\sqrt{1-2x-3x^2}}$; 4) $\int \frac{2x^2+x+1}{x^3+x^2+4x+4} dx$; 5) $\int \frac{dx}{x^3 \sqrt{2-x^3}}$.
6. Вычислить $\int_{\ln 2}^{\ln 4} \frac{e^x - 2}{e^{2x} + 4} dx$.
7. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 6$, $y = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$
8. Исследовать на сходимость интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$.

Типовые вопросы к экзамену:

1. Функции одной переменной. Способы задания, классификация, графики элементарных функций. Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Теоремы о пределах функции.
2. 1 замечательный предел, его приложения. 2 замечательный предел, его приложения.
3. Непрерывность функции. Точки разрыва. Свойства непрерывных функций.
4. Сравнение бесконечно малых функций.
5. Понятие производной. Геометрический смысл производной. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
6. Понятие дифференцируемости функции. Правила дифференцирования.
7. Производная обратной функции. Производная сложной функции.
8. Понятие и геометрический смысл дифференциала. Правила нахождения дифференциалов.
9. Производные и дифференциалы высших порядков.
10. Функция, заданная параметрически, ее дифференцирование.
11. Функция, заданная неявно, ее дифференцирование. Производная показательной – степенной функции.
12. Теорема Ферма. Теорема Ролля о корнях производной. Теорема Лагранжа о конечных приращениях. Теорема Коши об отношении приращений двух функций.
13. Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей.

14. Возрастание, убывание функций. Точки экстремума. Необходимое и достаточное условия существования локального экстремума.
15. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции. Необходимое и достаточное условия существования точки перегиба.
16. Асимптоты графика функции. Исследование графика функции.
17. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов.
18. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям.
19. Интегрирование рациональных, иррациональных, тригонометрических и трансцендентных функций.
20. Определение и свойства определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница, формула замены переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
21. Геометрические приложения определенного интеграла.
22. Несобственные интегралы.
23. Дифференциальные уравнения первого порядка. Общее решение. Задача Коши.
24. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним.
25. Однородные дифференциальные уравнения и приводящиеся к ним.
26. Линейные однородные дифференциальные уравнения. Свойства их решений.
27. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Метод вариации произвольной постоянной.
28. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
29. Дифференциальные уравнения высших порядков. Частные случаи понижения порядка.
30. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами.
31. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков. Метод вариации произвольных постоянных. Метод неопределенных коэффициентов.

3 семестр.

Типовые задания для контрольной работы:

1. Найти полный дифференциал dz функции $z = \arcsin \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$
2. Найти все частные производные второго порядка и полный дифференциал второго порядка функции $z = xe^{xy}$
3. К поверхности $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$ провести касательные плоскости, параллельные плоскости $x + 4y + 6z - 5 = 0$.
4. Найти производную функции $u = \arcsin xy + \arccos yz$ в точке $M(1, 1/2, 0)$ по направлению:
 - 4.1. К точке $N(0, 3/2, 4)$.
 - 4.2. Градиента функции в точке M .
5. Исследовать функцию $z = x^3 + y^3 - 3xy$ на экстремум.
6. Перейти к полярным координатам и вычислить $\iint_{(D)} \frac{dx dy}{x^2 + y^2 + 1}$, где (D) :
 полуокружность $y = \sqrt{1 - x^2}$ и $y = 0$

7. Вычислить координаты центра тяжести фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 0$, $x = 4$.
8. Вычислить $\iiint_{(V)} z dx dy dz$, где (V) ограничена конической поверхностью $x^2 + y^2 = z^2$ и плоскостью $z = 2$.
9. Вычислить криволинейный интеграл $\int_{ABC} (x^2 - y^2) dx + xy dy$, где ABC - ломаная, соединяющая точки A(1,1), B(3,4), C(5;4).

Типовые вопросы к экзамену:

1. Определение и геометрическая интерпретация функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции двух переменных. Частные производные функции нескольких переменных.
2. Дифференцируемость функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции двух переменных.
3. Частные производные сложной функции. Полная производная и полный дифференциал сложных функций. Производная функции, заданной неявно.
4. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
5. Производная по направлению. Градиент. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
6. Экстремумы функции двух переменных. Необходимое и достаточное условие экстремума.
7. Понятие числового ряда, его сходимости. Свойства сходящихся рядов.
8. Необходимый признак сходимости ряда. Гармонический ряд. Признаки Даламбера, Коши, сравнения, интегральный признак сходимости числового ряда с неотрицательными членами.
9. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов.
10. Степенные ряды. Теорема Абеля. Теорема о радиусе сходимости степенного ряда. Теорема о вычислении радиуса сходимости степенного ряда. Интервал сходимости степенного ряда.
11. Свойства степенных рядов. Ряды Маклорена и Тейлора. Разложение некоторых элементарных функций в степенные ряды.
12. Определение, геометрический смысл, свойства двойного интеграла. Обобщенное условие интегрируемости функции.
13. Сведение двойного интеграла к повторному в случае прямоугольной и криволинейной области.
14. Замена переменных в двойном интеграле. Якобиан функции. Преобразование к полярным координатам.
15. Геометрические и физические приложения двойных интегралов.
16. Определение, свойства тройного интеграла. Обобщенное условие интегрируемости функции.
17. Вычисление тройного интеграла.
18. Замена переменных в тройном интеграле. Якобиан функции. Преобразование к цилиндрическим координатам. Преобразование к сферическим координатам.
19. Геометрические и физические приложения тройных интегралов.
20. Определение и свойства криволинейного интеграла 1 рода. Геометрический и физический смысл криволинейного интеграла 1 рода. Вычисление криволинейных интегралов 1 рода для различных типов задания функций.
21. Определение, свойства, физический смысл криволинейного интеграла 2 рода.

22. Вычисление криволинейных интегралов 2 рода для различных типов задания функций. Криволинейный интеграл по замкнутому контуру.
23. Связь между криволинейными интегралами 1 и 2 рода. Формула Грина.
24. Определение односвязной области. Теорема об условии равенства нулю криволинейного интеграла по замкнутому контуру. Теорема об условиях независимости криволинейного интеграла от контура интегрирования.
25. Геометрические и физические приложения криволинейных интегралов.
26. Случайные события, их классификация. Алгебра событий. Классическое, геометрическое и статистическое определение вероятности событий.
27. Элементы комбинаторики. Число размещений, перестановок, сочетаний.
28. Теорема сложения вероятностей совместных и несовместных событий. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Зависимость и независимость событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
29. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли.
30. Локальная и интегральная формулы Муавра – Лапласа.
31. Виды случайных величин. Закон распределения случайной величины. Функция распределения случайной величины.
32. Ряд распределения дискретной случайной величины и плотность распределения непрерывной случайной величины, их графическое представление.
33. Математическое ожидание случайной величины. Свойства математического ожидания. Дисперсия случайной величины и ее свойства.
34. Равномерное распределение. Экспоненциальное распределение. Функция надежности. Нормальное распределение. Функция Лапласа.
35. Закон больших чисел. Неравенство Маркова. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема.
36. Генеральная и выборочная совокупности. Классификация выборок. Вариационный ряд, статистический ряд и статистическая совокупность.
37. Статистическое распределение выборки. Полигон. Гистограмма частот. Эмпирическая функция распределения и ее свойства. Генеральная средняя, выборочная средняя, генеральная дисперсия, выборочная дисперсия, среднееквадратическое отклонение. Мода, медиана.
38. Оценка неизвестных параметров. Свойства статистических оценок. Точечные и интервальные оценки параметров распределения. Функция правдоподобия.
39. Интервальное оценивание параметров. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения.
40. Статистическая гипотеза. Статистический критерий. Критическая область. Ошибки первого и второго рода. Критерий согласия. Мощность критерия.
41. Проверка гипотез о законе распределения. Критерии Пирсона и Колмогорова.