Оценочные материалы для промежуточной аттестации по дисциплине

«Вычислительная математика»

Квалификация выпускника	бакалавр
Направление подготовки	09.03.02 «ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ И ТЕХНОЛОГИИ»
Направленность (профиль)	«Информационные системы и технологии»
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Прикладной математики
Выпускающая кафедра	Кафедра информатики и вычислительной техники

Типовые задания для контрольной работы.

1.Для решения уравнения $x^2+2x-3=0$ на отрезке [-1; 2] используется метод дихотомии. Выполняется третий шаг. Какой из указанных интервалов будет содержать корень?

а) [0; 2]; б) [0.5; 2]; в) [0.875; 1.25]; г) [0.9; 1.25]; д) [0.5; 1.25].

2. Определить отрезок, на котором уравнение $x^2-5\sin x=0$ имеет хотя бы один корень?

а) $[\frac{\pi}{2}; \pi]$; *б)* $[0.1; \frac{\pi}{2}]$; *в) [2.5; π] ;г)* $[\frac{\pi}{2}; 1.6]$; *д) уравнение корней не имеет.*

3. Какой метод решения нелинейных уравнений наиболее чувствителен к выбору начального приближения (с точки зрения скорости сходимости)?

а) Ньютона; б) бисекций; в) итераций; г) Зейделя д) хорд.

4. Уравнение *f(x)=0* в методе итераций приводится к виду $x=\varphi(x)$. Какое условие должно выполняться для функции $\varphi(x)$?

а) $\varphi(x)\varphi''(x)>0$; *б)* $\max|\varphi'(x)|<1$; *в)* $\max|\varphi''(x)|<1$; *г)* $\varphi(x)\varphi''(x)<0$;

д) нет верного ответа.

5. На каком из указанных интервалов возможно применение метода Ньютона для решения уравнения $x^3-x^2-25x+2=0$?

а) [5, 6]; б) [2, 3]; в) [-3, -1]; г) [-2.1, -1.2]; д) ни на одном из указанных интервалов.

6. Пусть применен один шаг метода хорд для решения нелинейного уравнения $x^4+x^3-2x^2-10x-2=0$ на отрезке [2; 3]. Какой интервал получим для дальнейшего поиска корня?

а) [2.48; 3]; б) [2.09; 3]; в) [2; 2.09]; г) [2; 2.5];

8. Уравнение *f(x)=0* решается методом Ньютона. Какая из нижеприведенных формул является правильной?

а) $x_{k+1} = x_k - \dfrac{x_k - x_{k-1}}{f(x_k) - f(x_{k-1})} \cdot f(x_k)$*;* *б)* $x_{k+1} = \varphi(x_k)$*;*

в) $x_{k+1} = x_k - \dfrac{f(x_k)}{f'(x_k)}$*;* *г)* $x_{k+1} = \dfrac{a+b}{2}$.

9. Из нижеприведенных формул выбрать ту, которая соответствует итерационному процессу вычисления корня уравнения $x^3 + 3x^2 - 1 = 0$ методом простой итерации для интервала [-3; -2].

а) $x_{n+1} = \dfrac{1}{x_n^2} - 3$*;* *б)* $x_{n+1} = \sqrt{(1 - 3x_n^2)/3}$*;* *в)* $x_{n+1} = \dfrac{1}{x_n^2} - 2$*;* *г)* $x_{n+1} = \sqrt{(1 - x_n^3)/3}$.

10. Для нелинейного уравнения $x^3 - x^2 - 16x + 4 = 0$ определить отрезки, содержащие только один корень.

а) [-4; -2], [-1; 8]; б) [-4; -2], [-2; 8/3], [4; 5]; в) [-2; 10];

г) [-3; -2], [-2;-1], [2; 4]; д) [-4; 8].

Типовые вопросы к экзамену

Задание для показателя оценивания дескриптора «Знает»	Вид задания
Сформулируйте развернутые ответы на следующие теоретические вопросы (сформулировать основные определения, теоремы, свойства; продемонстрировать примеры, при необходимости проиллюстрировать ответ графиками, рисунками): 1. Определение основных видов погрешностей. 2. Определение абсолютной и относительной погрешностей. 3. Формы записи приближенных чисел. 4. Определение верной значащей цифры. 5. Формулы вычисления погрешностей арифметических операций. 6. Формула вычисления погрешности функций нескольких переменных. 7. Основные этапы решения задачи.	- теоретический

8. Метод простой итерации: итерационная формула, условие сходимости, скорость сходимости, критерий окончания. 9. Метод Ньютона: итерационная формула, условие сходимости, скорость сходимости, критерий окончания. 10. Модификации метода Ньютона. 11. Определение нормы. 12. Формулы вычисления норм векторов и матриц в трех пространствах. 13. Сходимость по норме (определение). 14. Метод простой итерации (условие, скорость сходимости, критерий окончания). Метод Зейделя (условие, скорость сходимости, критерий окончания). 15. Основные этапы решения задачи. 16. Метод простой итерации (итерационная формула, условие сходимости, критерий окончания). 17. Метод Ньютона (итерационная формула, условие сходимости, скорость сходимости, критерий окончания). 18. Постановка задачи интерполяции алгебраическими многочленами. 19. Существование и единственность решения задачи интерполяции. 20. Многочлен в форме Лагранжа. 21. Разделенные разности. 22. Многочлен в форме Ньютона. 23. Погрешность интерполяции. 24. Многочлены Чебышева (основное свойство, формула вычисления корней). 25. Применение полиномов Чебышева для минимизации погрешности интерполяции. 26. Преобразование Фурье. Равномерное приближение. Постановка задачи. Существование и единственность. 27. Среднеквадратическое приближение и МНК. 28. Формулы численного дифференцирования. 29. Простейшие квадратурные формулы	

(прямоугольников, трапеций, Симпсона). 30. Погрешность интегрирования (формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона). Правило Рунге оценки погрешности. 31. Формулы интегрирования Гаусса. 32. Метод Эйлера. 33. Метод Эйлера-Коши. 34. Метод Рунге-Кутта. 35. Правило Рунге оценки погрешности. 36. Математическое моделирование. 37. Процесс создания математической модели. 38. Основные этапы решения инженерной задачи с применением ЭВМ. 39. Вычислительный эксперимент. 40. Краевая задача для одномерного стационарного уравнения теплопроводности. 41. Метод конечных разностей. Аппроксимация дифференциального уравнения и краевых условий. 42. Численное решение одномерной нестационарной задачи теплопроводности.	

Задание для показателя оценивания дескриптора «Умеет», «Владеет»	Вид задания
1. Оценить абсолютную и относительную погрешность вычислений. 2. Решить нелинейное алгебраическое уравнение методом Ньютона. 3. Решить систему нелинейных уравнений методом градиентного спуска. 4. Найти минимум функции одной и двух переменных. 5. Решить СЛАУ методом Гаусса. 6. Решить СЛАУ с трёхдиагональными матрицами	- практический

методом прогонки. 7. Решить СЛАУ методами Якоби, Зейделя и релаксаций. 8. Построить интерполяционный многочлен в форме Ньютона и Лагранжа. 9. Вычислить производные различных порядков и дать оценку погрешности по формуле Рунге. 10. Провести численное интегрирование по формулам Ньютона-Котеса и дать оценку погрешности по формуле Рунге. 11. Решить ОДУ методом Рунге-Кутта. 12. Решить краевую задачу для одномерного стационарного уравнения теплопроводности. 13. Решить краевую задачу для одномерного нестационарного уравнения теплопроводности.	

Типовые практические задания для экзамена

№ 1. Вычислить значение выражение $\frac{a+bc}{ba-c}$ с систематическим учетом абсолютных погрешностей после каждой операции. Результат представить в трех форматах: с явным указанием погрешностей абсолютной и относительной и с у четом верных цифр. Значения переменных указаны в варианте со всеми верными цифрами в узком смысле: $a = 0.002$, $b = 0.011$, $c = 0.3$.

№ 2. Вычислить значение функции $z - \frac{\sqrt{x}+t\cos y}{\ln x - t^{y}}$, если значения аргументов даны со всеми верными цифрами в широком смысле: $x = 0.325$, $y = 0.4$, $t = 0.25$. Результат записать с учетом абсолютной погрешности.

№ 3. Найти корень уравнения $4(1-x^2) - e^x = 0$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ (более 4 итераций не выполнять) одним из приведенных ниже методов. Отрезок локализации корня [0; 1]. При этом

1. Описать метод, привести итерационную формулу.
2. Проверить выполнение критерия сходимости метода.
3. Указать критерий окончания расчетов.
4. Составить таблицу, отображающую ход итерационного процесса и содержащую всю необходимую информацию для этого.

Методы решения нелинейных уравнений:

1. Метод бисекции
2. Метод простой итерации
3. Метод Ньютона

№ 4. Решить СЛАУ

$$\begin{cases} 2.7x_1 + 3.3x_2 + 1.3x_3 = 2.1 \\ 3.5x_1 - 1.7x_2 + 2.8x_3 = 1.7 \\ 4.1x_1 + 5.8x_2 - 1.7x_3 = 0.8 \end{cases}$$

с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$ одним из приведенных ниже методов. При этом

1. Описать метод, привести итерационную формулу.
2. Проверить выполнение критерия сходимости метода.
3. Указать критерий окончания расчетов.
4. Составить таблицу, отображающую ход итерационного процесса и содержащую всю необходимую информацию для этого.

Методы решения СЛАУ:

1. Метод простой итерации
2. Метод Зейделя

№ 5. Найти экстремум функции $y = \sin x + x^2$ с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$ (более 4 итераций не выполнять) одним из приведенных ниже методов. Отрезок локализации корня [−π/3; 0]. При этом

1. Описать метод, привести итерационную формулу.
2. Проверить выполнение критерия сходимости метода.
3. Указать критерий окончания расчетов.
4. Составить таблицу, отображающую ход итерационного процесса и содержащую всю необходимую информацию для этого.

Методы поиска экстремумов:

1. Метод золотого сечения
2. Метод Ньютона

№ 6. Построить интерполяционный многочлен для таблично заданной функции указанным методом.

x	0.101	0.106	0.111	0.116	0.121	0.126
y	1.26183	1.27644	1.29122	1.30617	1.32130	1.32660

Методы интерполяции:

1. Многочленами Лагранжа
2. Многочленами Ньютона

№ 7. С помощью интерполяционной формулы Ньютона найти значение первой и второй производной для таблично заданной функции в точке $x = 1.2$.

x	0.8	1.2	1.6	2.0	2.4	2.8	3.2	3.6
y	2.857	3.946	4.938	5.801	6.503	7.010	7.288	7.301

№ 8. Вычислить определенный интеграл $\int_{0.8}^{1.6} \frac{dx}{\sqrt{2x^2+1}}$ указанным методом, используя равномерный шаг с числом узлов равным 11.

Методы вычисления

1. Формула левых прямоугольников.
2. Формула правых прямоугольник.
3. Формула средних прямоугольников.
4. Формула трапеций
5. Формула Симпсона

№ 9. Приближенно найти решения ОДУ $y' = 0.185(x^2 + \cos 0.7x) + 1.843y$ на отрезке [0.2; 1.2] с шагом 0.25 при начальном условии $y(0.2) = 0.25$ указанным методом.

Методы вычисления

1. Используя формулу правой разностной производной.
2. Эйлера-Коши.
3. Усовершенствуемый метод Эйлера
4. Правило трапеций.

№ 10. Приближенно найти решения $y(x)$ краевой задачи для ОДУ $-y'' + x^2 y = \left(\frac{\pi^2}{4} + x^2\right)\cos\frac{\pi}{2}x$ на отрезке [0; 1], $y(0) = 0$, $y(1) = 0$ с шагом 0.25.