

Оценочные материалы для промежуточной аттестации по дисциплине

Математический анализ

Квалификация выпускника	бакалавр <i>бакалавр, магистр, специалист</i>
Направление подготовки	09.03.04 <i>шифр</i> Программная инженерия <i>наименование</i>
Направленность (профиль)	Программное обеспечение компьютерных систем <i>наименование</i>
Форма обучения	очная <i>наименование</i>
Кафедра-разработчик	Прикладная математика <i>наименование</i>
Выпускающая кафедра	Автоматики и компьютерных систем <i>наименование</i>

Типовые задания для контрольной работы за 1-ый семестр

1. Найти производную функции $y = \operatorname{arctg}^3 \ln \frac{\sqrt{x}}{x+2}$.

2. Провести полное исследование функции $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ и построить ее график.

3. Найти интегралы

а) $\int \frac{x dx}{(5-3x^2)^7}$; б) $\int \frac{2x+5}{x^3-x^2+2x-2} dx$ в) $\int x \arcsin 2x dx$.

Типовые задания для контрольной работы за 2-ой семестр

1. Исследовать ряды на сходимость:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \operatorname{tg}^2 \frac{1}{n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^{n+2}}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n}$;

г) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n \ln(\ln n)}$; д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n!}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}$.

2. Найти область сходимости рядов:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2x+5)^n}{n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2-x)^n}{n+1}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3n}$.

Типовые вопросы и практические задания к экзамену за первый семестр

Задание для показателя оценивания дескриптора «Знает»	Вид задания
<p><i>Сформулируйте развернутые ответы на следующие теоретические вопросы (сформулировать основные определения, теоремы, свойства; привести доказательства основных теорем, продемонстрировать примеры, при необходимости проиллюстрировать ответ графиками, рисунками):</i></p> <p>Раздел «Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной» Тема: Введение в анализ</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Точные грани числовых множеств 2. Числовая последовательность <p>Тема: Предел и непрерывность функций</p> <ol style="list-style-type: none"> 3. Предел числовой последовательности 4. Монотонные последовательности 5. Число e 6. Критерий Коши сходимости числовой последовательности 7. Функция 8. Элементарные функции 9. Предел функции 10. Бесконечно малые и бесконечно большие функции 11. Односторонние пределы 12. Эквивалентные функции 13. Замечательные пределы 14. Пределы монотонных функций 15. Непрерывность функции в точке 16. Непрерывность элементарных функций 17. Непрерывность монотонных функций 18. Односторонняя непрерывность 19. Точки разрыва, их классификация 20. Свойства функций, непрерывных на отрезке: теоремы Вейерштрасса, Коши, Кантора 21. Равномерная непрерывность 22. Теорема об обратной функции <p>Тема: Дифференциальное исчисление функций одной переменной</p> <ol style="list-style-type: none"> 23. Дифференцируемость функции в точке 24. Производная функции 25. Геометрический смысл производной 26. Дифференциал функции, его геометрический смысл 27. Правила дифференцирования 	<p>теоретический</p>

<p>28. Таблица производных</p> <p>29. Инвариантность формы первого дифференциала</p> <p>30. Точки экстремума</p> <p>31. Необходимые условия экстремума</p> <p>32. Достаточные условия экстремума</p> <p>33. Теоремы о среднем</p> <p>34. Правило Лопиталья</p> <p>35. Производные и дифференциалы высших порядков</p> <p>36. Формула Тейлора в форме Пеано и в форме Лагранжа</p> <p>37. Приложение дифференциального исчисления к задачам нахождения пределов функций.</p> <p>38. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора</p> <p>39. Условие монотонности функции</p> <p>40. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции</p> <p>41. Выпуклость и точки перегиба</p> <p>42. Асимптоты функции</p> <p>43. Приложение дифференциального исчисления к задачам исследования функций. Построение графиков функции.</p> <p>Тема: Интегральное исчисление функций одной переменной</p> <p>44. Первообразная</p> <p>45. Неопределенный интеграл</p> <p>46. Таблица интегралов</p> <p>47. Формула интегрирования по частям</p> <p>48. Замена переменной в неопределенном интеграле</p> <p>49. Интегрирование рациональных дробей</p> <p>50. Определенный интеграл</p> <p>51. Формула Ньютона – Лейбница</p> <p>52. Геометрические, физические и экологические приложения определенного интеграла. Приближенное вычисление определенного интеграла.</p> <p>53. Критерий интегрируемости функции</p> <p>54. Несобственные интегралы</p>	
---	--

Задание для показателя оценивания дескрипторов «Умеет», «Владеет»	Вид задания
<p>№ 1. Найти производные функций</p> <p>а) $x^5 \ln x$; б) $\frac{x-1}{x+1} e^{-x}$; в) $\arctg(\sqrt{x}) - \sqrt{x}$; г)</p> <p>$(3^{\sin 2x} - \cos^2 2x)^{-3}$;</p>	практический

д) $x \sin y - y \cos x = 0;$

е) $\begin{cases} y = 2 \sin t \\ x = 3 \cos t \end{cases}.$

№ 2. Найти пределы

а) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x};$ б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin 2x}{x};$ в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{x^2};$ г)

$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x^2}{2+x^2} \right)^{4-x^2};$

д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}};$

ж) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - x^2 + 4}{-7x^3 + x};$

з) $\lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{3x^2 + x}{(x-2)(x^2 + x + 1)} - \frac{2}{x-2} \right].$

№ 3. Разложить в ряд Маклорена

а) $\sin x^2$ б) $e^{-x^2+1}.$

№ 4. Провести полное исследование (асимптоты, области возрастания и убывания, выпуклости вверх и вниз, экстремумы, точки перегиба и т.д.) и построить график функции

а) $y = \frac{x}{4+x^2};$ б) $e^{1/(x-2)}.$

№ 5. Вычислить интегралы

а) $\int \frac{xdx}{(5-3x^2)^7};$ б) $\int (x^3 + 5x) \ln x dx;$ в)

$\int \frac{(2x+5)dx}{x^3 - x^2 + 2x - 2};$

г) $\int \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}};$ д) $\int \frac{dx}{2 \cos^2 x + 3 \sin^2 x}$ е)

$\int x \arcsin 2x dx;$

$$\text{ж) } \int_0^1 x \ln(1+x) dx$$

$$\text{з) } \int_5^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 8x + 20}.$$

Типовые вопросы и практические задания к экзамену за второй семестр

Задание для показателя оценивания дескриптора «Знает»	Вид задания
<p data-bbox="240 338 1185 600"><i>Сформулируйте развернутые ответы на следующие теоретические вопросы (сформулировать основные определения, теоремы, свойства; привести доказательства основных теорем, продемонстрировать примеры, при необходимости проиллюстрировать ответ графиками, рисунками):</i></p> <p data-bbox="225 645 1185 719">Раздел «Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных»</p> <p data-bbox="240 752 1158 786">Тема: Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</p> <ol data-bbox="240 792 1185 1585" style="list-style-type: none"> 1. Предел функции нескольких переменных 2. Повторные пределы 3. Непрерывность функции в точке 4. Функции, непрерывные на компактах 5. Дифференцируемость функции двух переменных 6. Частные производные 7. Полный дифференциал 8. Инвариантность формы полного дифференциала 9. Геометрический смысл полного дифференциала 10. Условия дифференцируемости функции 11. Производная по направлению 12. Производная сложной функции 13. Производные и дифференциалы высших порядков 14. Формула Тейлора 15. Приложение дифференциального исчисления к задачам поиска экстремумов функций нескольких переменных. 16. Необходимое условие экстремума 17. Достаточное условие экстремума 18. Условный экстремум <p data-bbox="240 1592 1010 1626">Тема: Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы</p> <ol data-bbox="240 1632 1185 1962" style="list-style-type: none"> 19. Двойной интеграл 20. Тройной интеграл 21. Сведение кратного интеграла к повторному 22. Криволинейные интегралы 23. Поверхностные интегралы 24. Физические и геометрические приложения кратных, криволинейных и поверхностных интегралов. 25. Циркуляция векторного поля 	<p data-bbox="1214 338 1444 371">теоретический</p>

<p>26. Работа силового поля</p> <p>27. Поток поля</p> <p>28. Формула Грина</p> <p>29. Формула Стокса</p> <p>30. Формула Остроградского</p> <p>Тема: Теория поля</p> <p>31. Потенциал поля</p> <p>32. Условие потенциальности</p> <p>Раздел «Теория Рядов»</p> <p>Тема: Числовые и функциональные ряды</p> <p>33. Числовой ряд</p> <p>34. Сходимость и сумма ряда</p> <p>35. Необходимое условие сходимости</p> <p>36. Достаточные признаки сходимости ряда</p> <p>37. Критерий Коши сходимости ряда</p> <p>38. Абсолютная и условная сходимость</p> <p>39. Признак Лейбница</p> <p>40. Область сходимости функционального ряда</p> <p>41. Равномерная сходимость</p> <p>42. Признак Вейерштрасса</p> <p>43. Свойства равномерно сходящихся рядов</p> <p>44. Радиус сходимости</p> <p>45. Теорема Абеля</p> <p>46. Ряд Тейлора</p> <p>47. Разложение функций в степенные ряды</p> <p>48. Приложения степенных рядов в приближенных вычислениях значений функций.</p> <p>Тема: Гармонический анализ</p> <p>49. Общий ряд Фурье</p> <p>50. Сходимость по норме</p> <p>51. Ортонормированные системы</p> <p>52. Неравенство Бесселя</p> <p>53. Равенство Парсеваля</p> <p>54. Полнота и замкнутость</p> <p>55. Тригонометрический ряд Фурье</p> <p>56. Сходимость ряда Фурье</p> <p>57. Интеграл Фурье</p> <p>58. Преобразование Фурье</p> <p>59. Формула обращения</p> <p>60. Разложение в ряд и интеграл Фурье</p> <p>61. Приложение преобразования Фурье к естественнонаучным задачам.</p>	
---	--

Задание для показателя оценивания дескриптора «Умеет», «Владеет»	Вид задания
<p>1. Исследовать ряды на сходимость:</p> <p>а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2 + 2n + 1}{5n^2 + 2n + 1} \right)^n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2^n + 1)^2}{n4^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} (n+1)}{n^2 + n + 1}$;</p> <p>г) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln^2(n+2)}$; д) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2^{n-1}}{(n-1)!}$.</p> <p>2. Найти область сходимости рядов:</p> <p>а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt{(3n-2)2^n}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{(n+1)^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$.</p> <p>3. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x)$ с периодом $2l$, $f(x)=e^x$ при $-l < x < l$.</p> <p>4. Найти частные производные $u = \ln \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{t}} \right)$.</p> <p>5. Найти полный дифференциал $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.</p> <p>6. Найти $\frac{\partial z}{\partial u}$ и $\frac{\partial z}{\partial v}$, если $z = \frac{\operatorname{tg} x}{\ln y}$, где $x=u^v$, $y=v^{2u}$.</p> <p>7. Пусть $x=z \ln(z/y)$. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$.</p> <p>8. Найти экстремумы функции $z=x^3+y^3-15xy$.</p> <p>9. Найти экстремум функции $z=xy$ при условии, что $x^2+y^2=2$.</p> <p>10. Изменить порядок интегрирования $\int_0^a dy \int_{a-y}^{\sqrt{a^2-y^2}} dx$.</p> <p>11. Записать с помощью двойных интегралов и вычислить площадь, ограниченные линиями $xy=4$, $y=x$, $x=4$.</p> <p>12. Вычислить объем тела внутри цилиндра $x^2+y^2+ax=0$, ограниченного плоскостями $z=0$ и $z=a+x+y$.</p> <p>13. Вычислить площадь части плоскости $2x+3y+4z=1$,</p>	<p>практический</p>

отсеченной координатными плоскостями.

14. Вычислить $\iiint_V (x + y + z) dx dy dz$, где V – ограничена $1 = x^2 + y^2, z = 0, z = 1$.

15. Даны точки $A(\alpha; 0; 0)$, $B(\alpha; \alpha; 0)$ и $C(\alpha; \alpha; \alpha)$. Вычислить интеграл $\int y dx + z dy + x dz$ по прямой OC и по ломанной $OABC$.

16. Вычислить криволинейный интеграл первого рода от функции с тремя переменными $\int_L (5z - 2\sqrt{x^2 + y^2}) dl$, где L – дуга кривой, заданной параметрически $x = t \cos t, y = t \sin t, z = t, 0 \leq t \leq \pi$.

17. Вычислить $\iint_{(S)} (x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma) dS$ по верхней поверхности плоскости $x + y + z = a$, расположенной в первом октанте, а α, β, γ – углы нормали к поверхности с осями координат.

18. Вычислить поверхностный интеграл $\iint_S x dy dz + y dx dz + z dx dy$ по прямоугольному параллелепипеду, ограниченному плоскостями $x = 1, x = 0, y = 0, y = 2, z = 0, z = 4$.