

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Косенок Сергей Михайлович  
Должность: ректор  
Дата подписания: 18.06.2024 12:44:59  
Уникальный программный ключ:  
e3a68f3eaa1e62674b54f4998099d3d6bfdcf836

**Оценочные материалы для текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине**

**Векторный и тензорный анализ**

**1 курс, 2 семестр**

Код, направление подготовки	03.03.02 Физика
Направленность (профиль)	Цифровые технологии в геофизике
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Кафедра экспериментальной физики
Выпускающая кафедра	Кафедра экспериментальной физики

**Типовые задания для контрольной работы:**

**Вариант 1.**

1. Найти  $\text{grad } f(\mathbf{r})$  ( $r = |\mathbf{r}|$ ,  $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ ), если:  $f = (r - r_0)^2$ , ( $r_0 = \text{const}$ ).
2. Проверить, является ли поле  $\mathbf{F} = (y + z)\mathbf{i} + (x + z)\mathbf{j} + (x + y)\mathbf{k}$  потенциальным, и если да, то найти его потенциал.
3. Найти поток векторного поля  $\mathbf{F} = (x^3 + yz)\mathbf{i} + (y^3 + xz)\mathbf{j} + (z^3 + xy)\mathbf{k}$  через поверхность  $S$ ,  $S$  - верхняя сторона полусферы:  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ ,  $z \geq 0$ .

**Вариант 2.**

1. Найти  $\text{div } \mathbf{a}$ , если:  $\mathbf{a} = \frac{\mathbf{r}}{r^3}$ .
2. Проверить, является ли поле  $\mathbf{F} = x(z^2 - y^2)\mathbf{i} + y(x^2 - z^2)\mathbf{j} + z(y^2 - x^2)\mathbf{k}$  соленоидальным, и если да, то найти его векторный потенциал
3. Найти циркуляцию вектора  $\mathbf{F} = xy\mathbf{i} + yz\mathbf{j} + xz\mathbf{k}$  вдоль контура  $L$ ;  $L = \{(x, y, z): x^2 + y^2 = 1, x + y + z = 1\}$  положительно ориентирован на верхней стороне плоскости.

**Вариант 3.**

1. Найти  $\text{rota}$ , если:  $\mathbf{a} = f(r)\mathbf{r}$ .
2. Найти работу поля  $\mathbf{F}$  вдоль кривой  $L$ , если  $\mathbf{F} = 2xy\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} - x^2\mathbf{k}$  и  $L$  есть наименьшая дуга окружности  $x^2 + y^2 = 1$  от точки  $A = (1, 0)$  до точки  $B = (0, 1)$ .

3. Вычислить поток жидкости в направлении внешней нормали через часть окружности радиуса  $R$ , лежащую в первой четверти, если скорость потока  $\mathbf{v} = \{x + y, y\}$ .

#### Вариант 4.

1. Пусть  $(1, x, -y)$  компоненты вектора  $\xi$  в прямоугольных координатах. Определить физические компоненты вектора  $\xi$  в цилиндрических координатах.

2. Пусть матрица  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  задает компоненты тензора второго ранга  $T$  в полярных координатах. Определить компоненты тензора  $T$  в прямоугольных координатах если  $T$  - тензор типа  $(2,0)$ .

3. Вектор-потенциал:  $A^\mu$ , ( $A^\mu = (\varphi, \mathbf{A})$ );  $A^0 = \varphi$  - скалярный потенциал,  $\mathbf{A}$  - векторный потенциал). Напряженность электрического поля  $\mathbf{E}$ , ( $\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \varphi$ ). Напряженность магнитного поля  $\mathbf{H}$ , ( $\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}$ ). Найти явное представление компонент тензора электромагнитного поля  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$  через компоненты  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ .

#### Вариант 5.

1. Пусть  $(x, 0, z)$  компоненты вектора  $\xi$  в прямоугольных координатах. Определить физические компоненты вектора  $\xi$  в сферических координатах.

2. Пусть матрица  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  задает компоненты тензора второго ранга  $T$  в полярных координатах. Определить компоненты тензора  $T$  в прямоугольных координатах если  $T$  - тензор типа  $(1,1)$ .

3. Вектор-потенциал:  $A^\mu$ , ( $A^\mu = (\varphi, \mathbf{A})$ );  $A^0 = \varphi$  - скалярный потенциал,  $\mathbf{A}$  - векторный потенциал). Напряженность электрического поля  $\mathbf{E}$ , ( $\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \varphi$ ). Напряженность магнитного поля  $\mathbf{H}$ , ( $\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}$ ). Найти явное представление контравариантных компонент  $(F^{\mu\nu})$  тензора электромагнитного поля  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$  через компоненты  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ .

#### Вариант 6.

1. Пусть  $(1, z, x)$  компоненты ковектора  $\xi$  в прямоугольных координатах. Определить физические компоненты ковектора  $\xi$  в цилиндрических координатах.

2. Пусть матрица  $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  задает компоненты тензора второго ранга  $T$  в полярных координатах. Определить компоненты тензора  $T$  в прямоугольных координатах если  $T$  - тензор типа  $(0,2)$ .

3. Вектор-потенциал:  $A^\mu$ , ( $A^\mu = (\varphi, \mathbf{A})$ );  $A^0 = \varphi$  - скалярный потенциал,  $\mathbf{A}$  - векторный потенциал). Напряженность электрического поля  $\mathbf{E}$ , ( $\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \varphi$ ). Напряженность магнитного поля  $\mathbf{H}$ , ( $\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}$ ). Вычислить свертку  $F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$  ( $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ ).

**Типовые вопросы к зачету:**

Задание для показателя оценивания дискриптора «Знает»	Вид задания
<p><i>Сформулируйте развернутые ответы на следующие теоретические вопросы (сформулировать основные определения, теоремы, свойства; привести доказательства основных теорем, продемонстрировать примеры, при необходимости проиллюстрировать ответ графиками, рисунками):</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Скалярные и векторные поля;</li> <li>2. Градиент;</li> <li>3. Оператор Набла;</li> <li>4. Производная по направлению;</li> <li>5. Дивергенция;</li> <li>6. Геометрический подход к определению дивергенции;</li> <li>7. Ротор;</li> <li>8. Геометрический подход к определению ротора векторного поля;</li> <li>9. Оператор Лапласа;</li> <li>10. Циркуляция векторного поля;</li> <li>11. Поток векторного поля;</li> <li>12. Теорема Гаусса-Остроградского;</li> <li>13. Теорема Стокса;</li> <li>14. Первая и вторая формулы Грина;</li> <li>15. Потенциальные и соленоидальные векторные поля</li> <li>16. Определение тензорного поля;</li> <li>17. Закон преобразования компонент тензоров при преобразовании координат;</li> <li>18. Физические компоненты тензоров)</li> <li>20. Тензорное умножение,</li> <li>21. Свертка,</li> <li>22. Перестановка индексов;</li> <li>23. Тензоры в римановом и псевдоримановом пространстве;</li> <li>24. Основные операции векторного анализа в ортогональных криволинейных координатах;</li> <li>25. Символы Кристоффеля;</li> </ol>	<p>теоретический</p>

26. Ковариантное дифференцирование тензоров произвольного ранга; 27. Параллельный перенос векторных полей; 28. Геодезические связности, согласованные с метрикой.	
---	--

<b>Задание для показателя оценивания дескриптора «Умеет»</b>	<b>Вид задания</b>
1. Решение задач о нахождении: градиента; производной по направлению; дивергенции; ротора. 2. Решение задач о нахождении: векторов базиса, коэффициентов Ламе, метрики, градиента, дивергенции, ротора, оператора Лапласа в ортогональных криволинейных координатах. 3. Решение задач о нахождении скалярного и векторного потенциалов.	практический

<b>Задание для показателя оценивания дескриптора «Владеет»</b>	<b>Вид задания</b>
1. Решение задач об определении компонент тензоров при преобразовании координат. 2. Тензорное умножение, свертка, перестановка индексов. 3. Символы Кристоффеля; ковариантное дифференцирование тензоров произвольного ранга; геодезические; связности согласованные с метрикой.	практический