

Документ подписан: Тестовое задание для  
 Информация о владельце:  
 ФИО: Косенок Сергей Михайлович  
 Должность: ректор  
 Дата подписания: 06.06.2024 06:43:52  
 Уникальный программный ключ:  
 e3a68f3e41a62674b54f4998099d3d6bfdfc836

**Тензорное исчисление 6 семестр**

Код, направление подготовки	01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль)	«Прикладная математика и информатика»
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Прикладной математики
Выпускающая кафедра	Прикладной математики

Прове- ре- я ком- пе- тен- ция	Задание	Варианты ответов	Тип слож- ности вопр- оса	Кол-во баллов за правил- ный ответ
ОПК-1	1. Укажите условие ортонормированности базиса $\{\mathbf{e}_i, i = 1, 2, 3\}$	а) $(\mathbf{e}_i, \mathbf{e}_j) = \delta_{ij}$ б) $[\mathbf{e}_i, \mathbf{e}_j] = 0$ в) $(\mathbf{e}_i, \mathbf{e}_j) = 0$	Низкий	2
ОПК-1	2. Укажите формулу вычисления градиента скалярного поля в прямоугольных координатах	а) $\text{grad } f(x, y, z) = \frac{\partial f}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial f}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial f}{\partial z} \mathbf{k}$ б) $\text{grad } f(x, y, z) = \mathbf{i} \frac{\partial f}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial f}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial f}{\partial z}$ в) $\text{grad } f(x, y, z) = \frac{\partial f}{\partial x} \mathbf{i} - \frac{\partial f}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial f}{\partial z} \mathbf{k}$	Низкий	2
ОПК-1	3. Укажите формулу вычисления дивергенции векторного поля в прямоугольных координатах.	а) $\text{div } \mathbf{a} = \mathbf{i} \frac{\partial a_x}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial a_y}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial a_z}{\partial z}$ б) $\text{div } \mathbf{a} = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z}$ в) $\text{div } \mathbf{a} = \frac{\partial a_y}{\partial x} + \frac{\partial a_z}{\partial y} + \frac{\partial a_x}{\partial z}$	Низкий	2
ОПК-1	4. Укажите формулу вычисления ротора векторного поля в прямоугольных координатах.	а) $\text{rota} = \mathbf{i} \left( \frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z} \right) + \mathbf{j} \left( \frac{\partial a_x}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial x} \right) + \mathbf{k} \left( \frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y} \right)$	Низкий	2

		$\text{rota} = \mathbf{i} \left( \frac{\partial a_x}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial x} \right) +$ б) $+ \mathbf{j} \left( \frac{\partial a_y}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial y} \right) + \mathbf{k} \left( \frac{\partial a_z}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial z} \right)$ $\text{rota} = \mathbf{i} \left( \frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z} \right) +$ в) $+ \mathbf{j} \left( \frac{\partial a_x}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial x} \right) + \mathbf{k} \left( \frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y} \right)$		
ОПК-1	5. Укажите формулу действия оператора Лапласа на скалярное поле в прямоугольных координатах.	а) $\Delta f(x, y, z) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$ б) $\Delta f(x, y, z) = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 f}{\partial z \partial x}$ в) $\Delta f(x, y, z) = \mathbf{i} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \mathbf{j} \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \mathbf{k} \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	Низкий	2
ОПК-1	6. Вычислите $\text{grad } r$ ( $r =  \mathbf{r} $ , $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ )		Средний	5
ОПК-1	7. Вычислите $\text{div} \left( \frac{\mathbf{r}}{r^3} \right)$ ( $r =  \mathbf{r} $ , $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ )		Средний	5
ОПК-1	8. Вычислите $\text{rot } \mathbf{r}$ ( $r =  \mathbf{r} $ , $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ )		Средний	5
ОПК-1	9. Выясните, является ли векторное поле $\mathbf{a} = (y+z)\mathbf{i} + (x+z)\mathbf{j} + (x+y)\mathbf{k}$ потенциальным.		Средний	5
ОПК-1	10. Выясните, является ли векторное поле $\mathbf{a} = y^2\mathbf{i} - (x^2 + y^3)\mathbf{j} + z(3y^2 + 1)\mathbf{k}$ соленоидальным.		Средний	5
ОПК-1	11. Запишите формулу Гаусса-Остроградского.		Средний	5
ОПК-1	12. Запишите формулу Стокса.		Средний	5
ОПК-1	13. Запишите закон преобразования компонент $T_{ij}$ тензора типа (0,2) при произвольных преобразованиях координат.		Средний	5
ОПК-1	14. Запишите закон преобразования компонент $T^{ij}$ тензора типа (2,0) при произвольных преобразованиях координат.		Средний	5

ОПК-1	15. Запишите закон преобразования компонент $T_j^i$ тензора типа (1,1) при произвольных преобразованиях координат.		Средний	5
ОПК-1	16. Найти поток векторного поля $\mathbf{F}$ через поверхность $S$ в направлении внешней нормали. $\mathbf{F} = -xzi - zyj + (z^2 + 1)\mathbf{k}$ , $S$ - верхняя полусфера: $x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0$ .		Высокий	8
ОПК-1	17. Найти циркуляцию вектора $\mathbf{F}$ вдоль ориентированного контура $L$ : $\mathbf{F} = x\mathbf{j} - y\mathbf{i}$ , $L$ - окружность $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$ с положительным направлением обхода.		Высокий	8
ОПК-1	18. Вычислите коэффициенты Ламе $H_\rho, H_\varphi, H_z$ , в цилиндрической системе координат.		Высокий	8
ОПК-1	19. Пусть $(0,1,0)$ компоненты вектора $\xi$ в прямоугольных координатах $\{x, y, z\}$ . Определите физические компоненты вектора $\xi$ в цилиндрических координатах $\{\rho, \varphi, z\}$ .		Высокий	8
ОПК-1	20. Пусть матрица $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ задает компоненты тензора второго ранга $\mathbf{T}$ типа (0,2); в прямоугольных координатах $\{x, y\}$ . Определите ковариантные компоненты тензора $\mathbf{T}$ в полярных координатах $\{\rho, \varphi\}$ .		Высокий	8