Оценочные материалы для промежуточной аттестации по дисциплине

Математическая логика и теория алгоритмов

Квалификация выпускника	бакалавр *бакалавр, магистр, специалист*
Направление подготовки	09.03.01 *шифр* Информатика и вычислительная техника *наименование*
Направленность (профиль)	Автоматизированные системы обработки информации и управления *наименование*
Форма обучения	Очная, заочная *наименование*
Кафедра-разработчик	Прикладная математика *наименование*
Выпускающая кафедра	АСОИУ *наименование*

2022 г.

Типовые задания для контрольной работы

Вариант 1

1. Определить тип предиката, заданного на множестве действительных чисел R $\forall x \exists y (xy = z)$.

2. Доказать равносильность формул.

   а) $\forall x A(x) \wedge \forall x B(x) \equiv \forall x (A(x) \wedge B(x))$

   б) $\overline{\forall x A(x)} \equiv \exists x \overline{A(x)}$, где $A(x)$, $B(x)$ - формулы, содержащие свободное вхождение переменной x.

3. Привести к нормальному виду формулу $(\forall x \exists y (P(x, y))) \to (\exists y \forall z (Q(y, z)))$.

4. Функция $f(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, x_n)$ примитивно рекурсивна. Показать примитивную рекурсивность функции $g(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, x_n) = f(x_n, x_{n-1}, \ldots, x_2, x_1)$.

5. Даны функции $g(x) = x$ и $h(x, y, z) = z^x$. Найти функцию $f(x, y)$, получаемую из функций $g(x)$ и $h(x, y, z)$ с помощью оператора примитивной рекурсии.

6. Пусть $\sqrt{2} = 1, a_1, a_2, a_3 \ldots. a_4 \ldots.$. Показать примитивную рекурсивность функции $f(n) = a_n$, т.е. $f(n)$ - это n - ая цифра после запятой у числа $\sqrt{2}$.

7. В алфавите А=$\{1, \lambda, *\}$ построить машину Тьюринга, вычисляющую функцию $f(x, y) = xy$. Использовать машины Т+ и T_{kon}.

Типовые вопросы и практические задания к зачету

Задание для показателя оценивания дескриптора «Знает»	Вид задания
1. Понятие предиката. 2. Операции над предикатами. 3. Типы предикатов (тождественно истинный, тождественно ложный, выполнимый). 4. Кванторы. 5. Формулы логики предикатов. 6. Равносильные формулы, основные равносильности формул логики предикатов. 7. Приведённые и нормальные формулы логики предикатов. 8. Формальные системы. 9. Исчисление высказываний: символы, формулы, аксиомы, правила вывода. 10. Законы логики, теорема дедукции. 11. Исчисление предикатов: символы, формулы, аксиомы, правила вывода. 12. Чистые и прикладные исчисления предикатов. 13. Непротиворечивость, независимость, полнота исчисления предикатов, теоремы Гёделя о неполноте. 14. Интуитивное понятие алгоритма. 15. Простейшие вычислимые числовые функции. 16. Основные числовые операторы (подстановки, примитивной рекурсии, минимизации). 17. Алгоритмическая вычислимость числовых функций, тезис Чёрча. 18. Простейшие функции над произвольным алфавитом. 19. Основные операторы для функций над произвольным алфавитом. 20. Понятие машины Тьюринга. 21. Построение машины Тьюринга для основных арифметических операций. 22. Машины Тьюринга, вычисляющие предикаты. 23. Композиция, разветвление машин Тьюринга. 24. Тезис Тьюринга. 25. Приложение логики предикатов к проблеме создания искусственного интеллекта, разработки модели представления знаний, обработки символьной информации, представлении запросов к информационной системе (базе данных).	теоретический

Задание для показателя оценивания дескриптора «Умеет»	Вид задания
1. На множестве натуральных чисел заданы предикаты $P(x,y)$: $x+y$ - четное число; $Q(x)$: x - простое число. Что из себя представляют предикаты $P(x,y)\vee Q(x)$, $P(x,y)\wedge Q(y)$, $P(x,y)\to Q(y)$, $P(x,y)\vee Q(z)$? 2. Определить тип предиката, заданного на множестве действительных чисел R $\exists x\forall y(xy=z)$. 3. Доказать равносильность формул $(\exists x A(x))\vee(\exists x B(x))\equiv\exists x(A(x)\vee B(x))$.	практический

4. Привести к нормальному виду формулу
$\forall x \exists z \mathrm{P}(x,z) \to \exists y \forall z Q(y,z)$.

5. Доказать выводимость формулы $\overline{\mathrm{A}} \to \overline{\overline{\overline{\mathrm{A}}}}$.

6. Доказать, что если формулы $\mathrm{A} \to \mathrm{B}$ и $\mathrm{B} \to C$ выводимы, то выводима формула $\mathrm{A} \to C$.

7. Показать примитивную рекурсивность функций:
$f(x,y) = x + y;\ f(x,y) = xy;\ f(x,y) = x^y;\ f(x,y) = x \dot{-} y$.

8. Показать, что функция $f(x,y) = x - y$ частично рекурсивна.

9. В нумерации Кантора найти номер тройки (2, 3, 5), а также тройку с номером 200.

10. В алфавите $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ найти номер слова $a_1 a_3 a_2 a_1$, а также слово с номером 200.

11. Для словарной функции $S_i(\overline{x}) = \overline{x} a_i$ найти представляющую её числовую функцию, где $\overline{x}$-слово, заданное в алфавите $A = \{a_1, a_2, ..., a_p\}$.

12. В алфавите $A = \{1\}$ построить машину Тьюринга, вычисляющую числовые функции:
а) T_+ - машина, складывающая два числа;
б) T_x - машина, умножающая два числа;
в) T_{kon} - машина, копирующая число.

13. В алфавите $A = \{1, И, Л\}$ построить машину Тьюринга, вычисляющую предикат:

а) $\mathrm{P}(x,y) = \begin{cases} И, \ если \quad x \le y \\ Л, \ в\ противном\ случае; \end{cases}$

б) $\mathrm{P}(x) = \begin{cases} И, \ x - четное\ \ число \\ Л, x - нечетное\ \ число. \end{cases}$

15. В алфавите $A = \{a_1, a_2, ..., a_p\}$ построить машину Тьюринга T_{kon} (машина копирует данное слово)

Задание для показателя оценивания дескриптора «Владеет»	Вид задания
1. В алфавите $A=\{1\}$ заданы числовые функции $g(x,y)$, $g_1(x,y)$, $g_2(x,y)$, и $\mathrm{T},\mathrm{T}_1,\mathrm{T}_2$ машины Тьюринга, вычисляющие их, соответственно. Построить машину Тьюринга, вычисляющую функцию $f(x,y)=g(g_1(x,y),g_2([,y))$. 2. В алфавите $A=\{1\}$ заданы числовые функции $g(x)$, $h(x,y,z)$ и $\mathrm{T}_g,\mathrm{T}_h$ - машины Тьюринга, их вычисляющие. Построить машину, вычисляющую функцию $f(x,y)$, которая получается из $g(x)$ и $h(x,y,z)$ с помощью примитивной рекурсии. 3. В алфавите $A=\{1\}$ задана числовые функции $g(x,y)$, и T_g - машина Тьюринга, ее вычисляющая. Построить машину Тьюринга, вычисляющую функцию $f(x)$, которая получается из $g(x,y)$ с помощью операции минимизации. 4. Дать обоснование тезиса Тьюринга: «Функция $f(x_1, ..., x_1)$ вычислима по Тьюрингу тогда и только тогда, когда она частично рекурсивна.	практический