

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Косенок Сергей Михайлович  
Должность: ректор  
Дата подписания: 19.06.2024 06:49:49  
Уникальный программный ключ:  
e3a68f3eaa1e62674b54f4998099d3d6bfdcf836

## Оценочные материалы для промежуточной аттестации по дисциплине

Математический анализ

Квалификация выпускника	бакалавр <i>бакалавр, магистр, специалист</i>
Направление подготовки	27.03.04 <i>шифр</i> Программная инженерия <i>наименование</i>
Направленность (профиль)	Программное обеспечение компьютерных систем <i>наименование</i>
Форма обучения	очная <i>наименование</i>
Кафедра-разработчик Выпускающая кафедра	Прикладная математика <i>наименование</i> Автоматики и компьютерных систем <i>наименование</i>

### Типовые задания для контрольной работы за 1-ый семестр

1. Найти производную функции  $y = \operatorname{arctg}^3 \ln \frac{\sqrt{x}}{x+2}$ .
2. Провести полное исследование функции  $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$  и построить ее график.
3. Найти интегралы  
а)  $\int \frac{x dx}{(5-3x^2)^7}$ ; б)  $\int \frac{2x+5}{x^3-x^2+2x-2} dx$  в)  $\int x \arcsin 2x dx$ .

### Типовые задания для контрольной работы за 2-ой семестр

1. Исследовать ряды на сходимость:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \operatorname{tg}^2 \frac{1}{n^2}$ ;      б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^{n+2}}$ ;      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n}$ ;  
г)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n \ln(\ln n)}$ ;      д)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n!}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}$ .

2. Найти область сходимости рядов:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2x+5)^n}{n^2}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2-x)^n}{n+1}$ ;      в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3n}$ .

## Типовые вопросы и практические задания к экзамену за первый семестр

Задание для показателя оценивания дескриптора «Знает»	Вид задания
<p><i>Сформулируйте развернутые ответы на следующие теоретические вопросы (сформулировать основные определения, теоремы, свойства; привести доказательства основных теорем, продемонстрировать примеры, при необходимости проиллюстрировать ответ графиками, рисунками):</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Определение функции. Способы ее задания. Графики элементарных функций.</li> <li>2. Предел числовой последовательности. Монотонные последовательности. Ограниченные последовательности. Верхняя, нижняя, точная верхняя, точная нижняя грани числовой последовательности.</li> <li>3. Теоремы о сходящихся последовательностях. Число <math>e</math>.</li> <li>4. Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Их свойства.</li> <li>5. Основные теоремы о пределах.</li> <li>6. Замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых.</li> <li>7. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва.</li> <li>8. Свойства функций непрерывных на отрезке (теоремы Коши, Вейерштрасса первая и вторая).</li> <li>9. Определение производной функции. Определение дифференцируемой функции. Геометрический смысл производной. Односторонние производные.</li> <li>10. Общие правила дифференцирования (производная суммы, произведения частных функций, производная сложной функции). Производные элементарных функций.</li> <li>11. Дифференциал функции. Геометрический смысл. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.</li> <li>12. Производные и дифференциалы высших порядков. Дифференцирование функции заданной параметрически.</li> <li>13. Свойства дифференцируемых функций (Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталя.</li> <li>14. Формула Тейлора-Маклорена.</li> <li>15. Возрастание и убывание функций. Экстремумы функций. Необходимое и достаточное условия существования экстремума функции.</li> <li>16. Выпуклость функции. Точки перегиба.</li> <li>17. Асимптоты. Исследование функций. Схема построения графиков функций</li> <li>18. Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов.</li> </ol>	<p>теоретический</p>

19.	Основные методы интегрирования (Замена переменной интегрирования, интегрирование по частям).
20.	Определенный интеграл.
21.	Основные свойства определенного интеграла (свойства, формула Ньютона-Лейбница, определенный интеграл с переменным верхним пределом, теорема о среднем, замена переменной в определенном интеграле, интегрирование по частям).
22.	Приближенное вычисление определенных интегралов (метод прямоугольников, метод трапеций, метод Симпсона).
23.	Несобственные интегралы.
24.	Геометрические приложения определенного интеграла (площадь плоской фигуры, площадь в полярных координатах, объем тела по известным площадям параллельных сечений, объем тела вращения, длина дуги, площадь поверхности вращения).

Задание для показателя оценивания дескрипторов «Умеет», «Владеет»	Вид задания
<p>№ 1. Найти производные функций</p> <p>а) <math>x^5 \ln x</math>;      б) <math>\frac{x-1}{x+1} e^{-x}</math>;      в) <math>\arctg(\sqrt{x}) - \sqrt{x}</math>;      г)</p> <p><math>(3^{\sin 2x} - \cos^2 2x)^{-3}</math>;</p> <p>д) <math>x \sin y - y \cos x = 0</math>;      е) <math>\begin{cases} y = 2 \sin t \\ x = 3 \cos t \end{cases}</math>.</p> <p>№ 2. Найти пределы</p> <p>а) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x}</math>;      б) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin 2x}{x}</math>;      в) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{x^2}</math>;      г)</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1+x^2}{2+x^2} \right)^{4-x^2}</math>;</p> <p>д) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}</math>;      ж) <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - x^2 + 4}{-7x^3 + x}</math>;</p> <p>з) <math>\lim_{x \rightarrow 2} \left[ \frac{3x^2 + x}{(x-2)(x^2 + x + 1)} - \frac{2}{x-2} \right]</math>.</p> <p>№ 3. Разложить в ряд Маклорена</p>	<p>практический</p>

a)  $\sin x^2$       б)  $e^{-x^2+1}$ .

№ 4. Провести полное исследование (асимптоты, области возрастания и убывания, выпуклости вверх и вниз, экстремумы, точки перегиба и т.д.) и построить график функции

a)  $y = \frac{x}{4+x^2}$ ;      б)  $e^{1/(x-2)}$ .

№ 5. Вычислить интегралы

a)  $\int \frac{xdx}{(5-3x^2)^7}$ ;      б)  $\int (x^3+5x)\ln x dx$ ;      в)

$\int \frac{(2x+5)dx}{x^3-x^2+2x-2}$ ;

г)  $\int \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$ ;      д)  $\int \frac{dx}{2\cos^2 x+3\sin^2 x}$       е)

$\int x \arcsin 2x dx$ ;

ж)  $\int_0^1 x \ln(1+x) dx$       з)  $\int_5^{\infty} \frac{dx}{x^2-8x+20}$ .

## Типовые вопросы и практические задания к экзамену за второй семестр

Задание для показателя оценивания дескриптора «Знает»	Вид задания
<p><i>Сформулируйте развернутые ответы на следующие теоретические вопросы (сформулировать основные определения, теоремы, свойства; привести доказательства основных теорем, продемонстрировать примеры, при необходимости проиллюстрировать ответ графиками, рисунками):</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Числовые ряды. (Основные понятия и свойства). Необходимый признак сходимости рядов.</li> <li>2. Положительные ряды и признаки их сходимости. (Признак сравнения, Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши).</li> <li>3. Знакопередающиеся Ряды (признак Лейбница). Абсолютная и условная сходимость.</li> <li>4. Степенные ряды. (Область сходимости, теорема Абеля, интервал сходимости, радиус сходимости). Свойства степенных рядов. Ряд Тейлора и Маклорена (существование и единственность разложения, ряд Тейлора элементарных функций).</li> <li>5. Тригонометрические ряды. (Тригонометрическая система функций). Ряд Фурье (Сходимость ряда Фурье, ряды по косинусам и синусам, ряд Фурье на произвольном промежутке). Комплексная форма ряда Фурье. Преобразование Фурье.</li> <li>6. Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Свойства непрерывных функций.</li> <li>7. Частные производные. Полный дифференциал. Понятие дифференцируемости функции. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости.</li> <li>8. Производные и дифференциал сложной функции. Дифференцирование неявной функции.</li> <li>9. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций двух переменных.</li> <li>10. Экстремумы функции двух переменных. (Необходимое условие существования экстремума, достаточное условие существования экстремума, условный экстремум). Метод наименьших квадратов.</li> </ol>	<p>теоретический</p>

<p>11. Двойные интегралы. (Определение, свойства, теорема существования). Геометрический и физический смысл двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу в прямоугольной области.</p> <p>12. Сведение двойного интеграла к повторному в криволинейной области. Двойной интеграл в полярных координатах. Интеграл Эйлера-Пуассона. Вычисление площади кривой поверхности.</p> <p>13. Тройные интегралы. Вычисление тройных интегралов. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.</p> <p>14. Криволинейные интегралы. (Определения, свойства, криволинейные интегралы первого и второго рода, независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования). Вычисление криволинейных интегралов первого и второго рода.</p> <p>15. Поверхностные интегралы. (Определения, поверхностные интегралы первого и второго рода). Вычисление поверхностных интегралов. Связь между поверхностными интегралами.</p> <p>16. Формулы Грина, Стокса и Остроградского.</p>	
---	--

Задание для показателя оценивания дескриптора «Умеет», «Владеет»	Вид задания
<p>1. Исследовать ряды на сходимость:</p> <p>а) <math>\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n^2 + 2n + 1}{5n^2 + 2n + 1} \right)^n</math>; б) <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2^n + 1)^2}{n4^n}</math>; в) <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} (n+1)}{n^2 + n + 1}</math>;</p> <p>г) <math>\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln^2(n+2)}</math>; д) <math>\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2^{n-1}}{(n-1)!}</math>.</p> <p>2. Найти область сходимости рядов:</p> <p>а) <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt{(3n-2)2^n}}</math>; б) <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{(n+1)^n}</math>; в) <math>\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n-1}}{2n-1}</math>.</p> <p>3. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию <math>f(x)</math> с периодом <math>2l</math>, <math>f(x)=e^x</math> при <math>-l &lt; x &lt; l</math>.</p> <p>4. Найти частные производные <math>u = \ln \left( \frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{t}} \right)</math>.</p>	<p>практический</p>

5. Найти полный дифференциал  $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .

6. Найти  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$ , если  $z = \frac{\operatorname{tg} x}{\ln y}$ , где  $x = u^v$ ,  $y = v^{2u}$ .

7. Пусть  $x = z \ln(z/y)$ . Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$ .

8. Найти экстремумы функции  $z = x^3 + y^3 - 15xy$ .

9. Найти экстремум функции  $z = xy$  при условии, что  $x^2 + y^2 = 2$ .

10. Изменить порядок интегрирования  $\int_0^a dy \int_{a-y}^{\sqrt{a^2-y^2}} dx$ .

11. Записать с помощью двойных интегралов и вычислить площадь, ограниченную линиями  $xy=4$ ,  $y=x$ ,  $x=4$ .

12. Вычислить объем тела внутри цилиндра  $x^2 + y^2 + ax = 0$ , ограниченного плоскостями  $z=0$  и  $z=a+x+y$ .

13. Вычислить площадь части плоскости  $2x+3y+4z=1$ , отсеченной координатными плоскостями.

14. Вычислить  $\iiint_V (x+y+z) dx dy dz$ , где  $V$  – ограничена  $1 = x^2 + y^2$ ,  $z=0$ ,  $z=1$ .

15. Даны точки  $A(\alpha; 0; 0)$ ,  $B(\alpha; \alpha; 0)$  и  $C(\alpha; \alpha; \alpha)$ . Вычислить интеграл  $\int y dx + z dy + x dz$  по прямой  $OC$  и по ломанной  $OABC$ .

16. Вычислить криволинейный интеграл первого рода от функции с тремя переменными  $\int_L (5z - 2\sqrt{x^2 + y^2}) dl$ , где  $L$  – дуга кривой, заданной параметрически  $x = t \cos t$ ,  $y = t \sin t$ ,  $z = t$ ,  $0 \leq t \leq \pi$ .

17. Вычислить  $\iint_{(S)} (x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma) dS$  по верхней поверхности плоскости  $x+y+z=a$ , расположенной в первом октанте, а  $\alpha, \beta, \gamma$  – углы нормали к поверхности с осями координат.

18. Вычислить поверхностный интеграл  $\iint_S x dy dz + y dx dz + z dx dy$  по прямоугольному параллелепипеду, ограниченному плоскостями  $x=1$ ,  $x=0$ ,  $y=0$ ,  $y=2$ ,  $z=0$ ,  $z=4$ .



