

Документ подписан простой электронной подписью  
 Информация о владельце:  
 ФИО: Косенко Сергей Михайлович  
 Должность: ректор  
 Дата подписания: 06.06.2024 06:43:52  
 Уникальный программный ключ:  
 e3a68f3eaa1e62674b54f4998099d3d6bfdfc836

## Тестовое задание для диагностического тестирования по дисциплине:

Функциональный анализ, 5 семестр

|                             |   |
|-----------------------------|---|
| Код, направление подготовки | 01.03.02, Прикладная математика и информатика |
| Направленность (профиль)    | Прикладная математика и информатика           |
| Форма обучения              | очная   |
| Кафедра-разработчик         | Кафедра прикладной математики                 |
| Выпускающая кафедра         | Кафедра прикладной математики                 |

| Проверяемая компетенция | Задание  | Варианты ответов   | Тип сложности вопроса | Кол-во баллов за правильный ответ |
|-------------------------|--|--|-----------------------|-----------------------------------|
| ОПК-1.1                 | 1. Какое из перечисленных множеств является одновременно открытым и замкнутым в пространстве вещественных чисел? | 1) $[0, 1)$<br>2) множество натуральных чисел $\mathbb{N}$<br>3) $(-\infty, +\infty)$<br>4) множество рациональных чисел $\mathbb{Q}$  | низкий                | 1                                 |
| ОПК-1.1                 | 2. Какое из перечисленных множеств не является ни открытым и ни замкнутым в пространстве вещественных чисел?     | 1) $[0, 1)$<br>2) $[0, 1]$<br>3) $(0, 1)$<br>4) множество натуральных чисел $\mathbb{N}$   | низкий                | 1                                 |
| ОПК-1.1                 | 3. Укажите неравенство треугольника в метрическом пространстве.  | 1) $\rho(a, b) \leq \rho(a, c) \cdot \rho(c, b)$<br>2) $\rho(a, b) \geq \rho(a, c) + \rho(c, b)$<br>3) $\rho(a, b) \geq \rho(a, c) - \rho(c, b)$<br>4) $\rho(a, b) \leq \rho(a, c) + \rho(c, b)$ | низкий                | 1                                 |
| ОПК-1.1                 | 4. Заполните пропуск: Пересечение любого числа замкнутых множеств является [[_____]].                            | 1) компактным<br>2) ограниченным<br>3) открытым<br>4) замкнутым  | низкий                | 1                                 |
| ОПК-1.1                 | 5. Заполните пропуск: Пересечение любого числа открытых множеств [[_____]].                                      | 1) открыто<br>2) не обязательно является открытым или замкнутым<br>3) открыто и замкнуто<br>4) замкнуто  | низкий                | 1                                 |

|         |   |  |         |   |
|---------|---|--|---------|---|
| ОПК-1.1 | 6. Пусть дано некоторое множество. Какие из указанных точек всегда ему принадлежат?                       | 1) граничная<br>2) внутренняя<br>3) изолированная<br>4) предельная   | средний | 1 |
| ОПК-1.1 | 7. Выберите эквивалентные определения замыкания множества.  | 1) совокупность всех точек прикосновения<br>2) объединение множества и его изолированных точек<br>3) совокупность всех граничных точек<br>4) объединение множества и его границы   | средний | 1 |
| ОПК-1.1 | 8. Выберите все верные утверждения.   | 1) образ пересечения множеств есть пересечение образов<br>2) образ суммы множеств есть сумма образов<br>3) прообраз пересечения множеств есть пересечение прообразов<br>4) прообраз суммы множеств есть сумма прообразов   | средний | 1 |
| ОПК-1.1 | 9. Закончите утверждение: Метрическое пространство компактно тогда и только тогда, когда оно является ... | 1) полным и предкомпактным<br>2) замкнутым и ограниченным<br>3) открытым и предкомпактным<br>4) замкнутым и сепарабельным  | средний | 1 |
| ОПК-1.1 | 10. Укажите, какое из перечисленных множеств не является счетным.   | 1) множество всех последовательностей целых чисел, содержащих лишь конечное число ненулевых элементов<br>2) множество всех последовательностей, состоящих из нулей и единиц<br>3) множество рациональных чисел<br>4) множество всех трехмерных векторов, имеющих рациональные координаты | средний | 1 |
| ОПК-1.1 | 11. Какая сходимости имеет место в пространстве $C[0, 1]$ ?   | 1) равномерная<br>2) в среднем<br>3) сходимости не более чем в одной точке<br>4) в среднем квадратичном  | средний | 1 |
| ОПК-1.1 | 12. Заполните пропуск:<br><br>Образ компактного множества при [[_____]]                                   | 1) сюръективном<br>2) взаимно-однозначном<br>3) обратном<br>4) непрерывном   | средний | 1 |

|         |  |   |         |   |
|---------|--|---|---------|---|
|         | отображении является компактным множеством.  |   |         |   |
| ОПК-1.1 | 13. Заполните пропуск:<br><br>Отображение $f$ метрического пространства $X$ в метрическое пространство $Y$ называется изометрическим, если для любых точек $a, b$ из $X$ выполняется [[_____]] | 1) $\rho(f(a), f(b)) = \rho(a, b)$<br>2) $\rho(a, b) = f(\rho(a, b))$<br>3) $\rho(a, b) = f(a, b)$<br>4) $\rho(f(a), b) = \rho(a, f(b))$  | средний | 1 |
| ОПК-1.1 | 14. Пусть дано множество $[0, 1) \cup \{2\}$ . Соотнесите указанным точкам их тип.   | 1) $x = 2$<br>2) $x = 1/2$<br>3) $x = 1$<br>4) $x = 3$<br><br>а) внутренняя<br>б) предельная точка, не принадлежащая множеству<br>с) внешняя<br>д) изолированная  | средний | 1 |
| ОПК-1.1 | 15. Найти расстояние между функциями $x(t) = t^3$ и $y(t) = t^2 - 1$ в пространстве $C[0, 1]$ .  |   | средний | 1 |
| ОПК-1.1 | 16. Какими согласно теореме Арцела двумя свойствами должно обладать множество функций, чтобы оно было предкомпактно в $C[a, b]$ ?  | 1) непрерывная дифференцируемость<br>2) изометричность<br>3) равномерная ограниченность<br>4) равностепенная непрерывность  | высокий | 1 |
| ОПК-1.1 | 17. Выберите из перечисленных критериев полноты метрическом пространстве эквивалентные.  | 1) любая фундаментальная последовательность имеет предел<br>2) из любого открытого покрытия можно выбрать конечное подпокрытие<br>3) последовательность вложенных замкнутых шаров, радиусы которых стремятся к 0, имеет непустое пересечение<br>4) у любого оператора | высокий | 1 |

|         |  |  |         |   |
|---------|--|--|---------|---|
|         |  | существует единственная неподвижная точка  |         |   |
| ОПК-1.1 | 18. Выберите эквивалентные критерии непрерывности отображения.   | 1) прообраз любого открытого множества открыт<br>2) образ любого открытого множества открыт<br>3) прообраз любого замкнутого множества замкнут<br>4) образ любого замкнутого множества замкнут   | высокий | 1 |
| ОПК-1.1 | 19. Выберите все верные утверждения.   | 1) любое метрическое пространство – полное<br>2) у всякого метрического пространства существует пополнение<br>3) в полном метрическом пространстве сжимающее отображение имеет единственную неподвижную точку<br>4) в полном метрическом пространстве сжимающее отображение имеет бесконечно много неподвижных точек | высокий | 1 |
| ОПК-1.1 | 20. В пространстве $\ell_1$ найти расстояние от точки $x = (3, 3/2, 3/4, 3/8, \dots)$ до точки $y = (0, 0, 0, 0, \dots)$ . |  | высокий | 1 |

**Тестовое задание для диагностического тестирования по дисциплине:**

*Функциональный анализ, 6 семестр*

|                             |   |
|-----------------------------|---|
| Код, направление подготовки | 01.03.02, Прикладная математика и информатика |
| Направленность (профиль)    | Прикладная математика и информатика           |
| Форма обучения              | очная   |
| Кафедра-разработчик         | Кафедра прикладной математики                 |
| Выпускающая кафедра         | Кафедра прикладной математики                 |

| Проверяемая компетенция | Задание   | Варианты ответов  | Тип сложности вопроса | Кол-во баллов за правильный ответ |
|-------------------------|---|---|-----------------------|-----------------------------------|
| ОПК-1.1                 | 1. Укажите неравенство треугольника в нормированном пространстве.       | 1) $\ xy\  \leq \ x\  + \ y\ $<br>2) $\ x - y\  \leq \ x\  - \ y\ $<br>3) $\ x + y\  \leq \ x\  + \ y\ $<br>4) $\ x + y\  \leq \ x\  \cdot \ y\ $ | низкий                | 1                                 |
| ОПК-1.1                 | 2. Укажите правильное определение метрики в нормированном пространстве. | 1) $\rho(x, y) = \ x - y\ $<br>2) $\rho(x, y) = \ x + y\ $<br>3) $\rho(x, y) = \ xy\ $<br>4) $\rho(x, y) = \ x\  - \ y\ $                         | низкий                | 1                                 |
| ОПК-1.1                 | 3. Укажите правильное определение нормы в евклидовом пространстве.      | 1) $\ x\  = (x, x)$<br>2) $\ x\  = \sqrt{x}$<br>3) $\ x\  = \sqrt{(x, x)}$<br>4) $\ x\  = \sqrt{(x, 0)}$  | низкий                | 1                                 |
| ОПК-1.1                 | 4. Заполните пропуск:<br><br>Для линейного функционала $f$ множество    | 1) образом<br>2) ядром<br>3) нормой<br>4) фактор-пространством  | низкий                | 1                                 |

|         |   |   |         |   |
|---------|---|---|---------|---|
|         | $\{x \mid f(x) = 0\}$<br>называется [[_____]]   |   |         |   |
| ОПК-1.1 | 5. Заполните пропуск:<br><br>Гильбертово пространство – это евклидово пространство [[_____]] относительно нормы, порожденной скалярным произведением. | 1) ограниченное<br>2) полное<br>3) компактное<br>4) сепарабельное   | низкий  | 1 |
| ОПК-1.1 | 6. Укажите множества, которые образуют в пространстве $C[-1, 1]$ замкнутые подпространства.   | 1) монотонные функции<br>2) четные функции<br>3) многочлены<br>4) многочлены степени $\leq n$ , дополненные нулевым многочленом | средний | 1 |
| ОПК-1.1 | 7. Укажите те подмножества числовой прямой, которые всегда измеримы по Лебегу.  | 1) открытые<br>2) ограниченные<br>3) несчетные<br>4) замкнутые  | средний | 1 |
| ОПК-1.1 | 8. Как называется измеримая функция, множество значений которой не более чем счетно?  | 1) непрерывная<br>2) счетная<br>3) борелева<br>4) простая   | средний | 1 |
| ОПК-1.1 | 9. Как называется система множеств, замкнутая относительно взятия пересечения и симметрической разности?  | 1) полугруппа<br>2) группа<br>3) кольцо<br>4) полукольцо  | средний | 1 |
| ОПК-1.1 | 10. Как называется пространство всех непрерывных линейных функционалов над нормированным пространством?   | 1) фактор-пространство<br>2) сопряженное пространство<br>3) евклидово пространство<br>4) ортогональное дополнение               | средний | 1 |
| ОПК-1.1 | 11. Заполните   | 1) евклидово<br>2) унитарное  | средний | 1 |

|         |   |  |         |   |
|---------|---|--|---------|---|
|         | <p>пропуск:</p> <p>[[_____]]<br/> пространство – это полное нормированное пространство.</p>               | <p>3) топологическое<br/> 4) банахово</p>  |         |   |
| ОПК-1.1 | <p>12. Заполните пропуск:</p> <p>Линейный оператор ограничен тогда и только тогда, когда он [[_____]]</p> | <p>1) неотрицателен<br/> 2) взаимно-однозначен<br/> 3) непрерывен<br/> 4) изометричен</p>  | средний | 1 |
| ОПК-1.1 | <p>13. Заполните пропуск:</p> <p>Кольцо множеств с единицей называется [[_____]].</p>                     | <p>1) полукольцом<br/> 2) алгеброй<br/> 3) полем<br/> 4) δ-кольцом</p>   | средний | 1 |
| ОПК-1.1 | <p>14. Сопоставьте пространствам в соответствии их нормы.</p>   | <p>1) <math>l_2</math><br/> 2) <math>C[a, b]</math><br/> 3) <math>CL_1[a, b]</math><br/> 4) <math>CL_2[a, b]</math></p> <p>a)</p> $\max_{[a, b]}  x(t) $ <p>b)</p> $\sqrt{\int_a^b x^2(t) dt}$ <p>c)</p> $\int_a^b  x(t)  dt$ <p>d)</p> $\sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} x_k^2}$ | средний | 1 |
| ОПК-1.1 | <p>15. Чему равна мера Лебега счетного множества?</p>   |  | средний | 1 |

|         |   |  |         |   |
|---------|---|--|---------|---|
| ОПК-1.1 | 16. Из перечисленных систем множеств числовой прямой выберите те, которые являются $\sigma$ -алгебрами. | <p>1) совокупность всех отрезков</p> <p>2) совокупность всех измеримых по Лебегу множеств</p> <p>3) совокупность всех числовых множеств</p> <p>4) совокупность всех конечных множеств</p>  | высокий | 1 |
| ОПК-1.1 | 17. Выберите все верные утверждения.  | <p>1) в сепарабельном евклидовом пространстве существует ортонормированный базис</p> <p>2) ряд Фурье любого элемента всегда сходится к этому же элементу</p> <p>3) для любой ортонормированной системы всегда справедливо неравенство Бесселя</p> <p>4) для любой ортонормированной системы всегда справедливо равенство Парсеваля</p>     | высокий | 1 |
| ОПК-1.1 | 18. Выберите все верные утверждения об интеграле Лебега.  | <p>1) интеграл от функции <math>f = 1</math> по множеству <math>A</math> равен мере множества <math>A</math></p> <p>2) интеграл от произведения двух функций равен произведению их интегралов</p> <p>3) любая функция, интегрируемая по Лебегу, интегрируема по Риману</p> <p>4) интеграл от любой функции по множеству меры 0 равен 0</p> | высокий | 1 |
| ОПК-1.1 | 19. Выберите все верные утверждения об измеримых функциях.  | <p>1) любая неограниченная функция интегрируема по Лебегу</p> <p>2) значение интеграла Римана, если он существует, совпадает со значением интеграла Лебега</p>   | высокий | 1 |



|         |   |  |         |   |
|---------|---|--|---------|---|
|         |   | <p>3) интеграл Лебега может принимать лишь неотрицательные значения</p> <p>4) если функция <math>f</math> интегрируема по Лебегу, то и функция <math> f </math> также интегрируема</p> |         |   |
| ОПК-1.1 | <p>20. Найдите меру Лебега множества</p> $\bigcup_{n=1}^{\infty} \left(100n, 100n + \frac{1}{2^n}\right)$ |  | высокий | 1 |