

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Косенок Сергей Михайлович  
Должность: ректор  
Дата подписания: 18.06.2024 12:44:58  
Уникальный программный ключ:  
e3a68f3eaa1e62674b54f4998099d3d6bfdcf836

**Оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине**

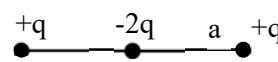
**Электродинамика, 5 семестр**

Код, направление подготовки	03.03.02
Направленность (профиль)	Цифровые технологии в геофизике
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Кафедра экспериментальной физики
Выпускающая кафедра	Кафедра экспериментальной физики

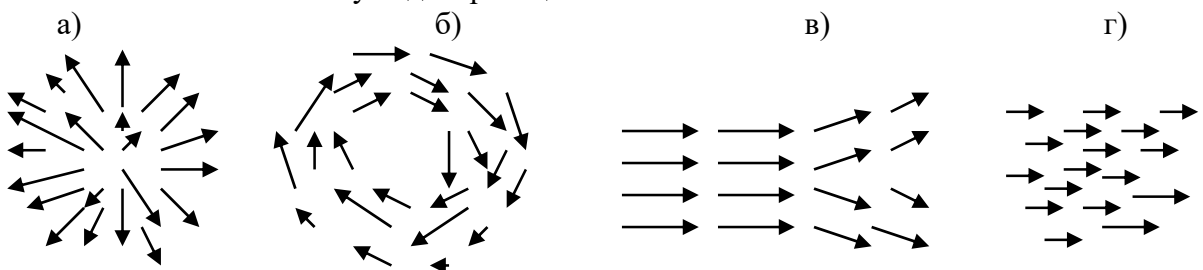
Типовые задания для контрольной работы:

РАЗДЕЛЫ I – IV

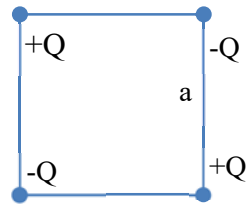
1. Вычислить поток вектора  $\vec{A}(\vec{r}) = \vec{a} \times (\vec{r} \times \vec{b})$  ( $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  - постоянные векторы) через единичную сферу с центром в начале координат. Как зависит ответ от расположения сферы?
2. Чем отличается электростатическое поле заряженного однородно диэлектрического шара от поля такого же по размерам металлического шара, если их заряды одинаковы? Ответ пояснить графиками зависимостей потенциалов от координат.
3. Имеется тонкое равномерно заряженное кольцо,  $Q$  и  $R$  - его заряд и радиус. Определить потенциал, создаваемый зарядом кольца, на оси симметрии кольца (т.е. на прямой, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через его центр). Какую кинетическую энергию приобретёт точечный одноименный заряд  $q$ , помещённый в центр кольца, если ему предоставить возможность двигаться под действием электростатической силы?
4. Определить квадрупольный момент системы зарядов, представленной на рисунке. Использовать определение квадрупольного момента и выражение для плотности точечного заряда через  $\delta$  - функцию.



5. Доказать, что  $(\vec{A}(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla}) \vec{A}(\vec{r}) = -\vec{A}(\vec{r}) \times \text{rot}(\vec{A}(\vec{r}))$ , если вектор  $\vec{A}(\vec{r})$  имеет единичную длину (т.е. во всех точках выполнено равенство:  $\vec{A}(\vec{r}) \cdot \vec{A}(\vec{r}) = 1$ ).
6. Определить потенциальную энергию взаимодействия двух диполей  $\vec{d}_1$  и  $\vec{d}_2$ , находящихся друг от друга на расстоянии  $R$ , значительно превосходящем их размеры. Указание: использовать мультипольное разложение, рассматривая один из диполей, как находящийся во внешнем поле второго диполя.
7. Какая из нижеприведенных картинок векторного поля определенно соответствует полю с отличной от нуля дивергенцией? Ответ поясните.



8. Является ли поле  $\vec{F} = \frac{1}{2}(\vec{\omega} \times \vec{r}) \times \vec{\omega}$  ( $\vec{\omega} = \text{const}$ ) вихревым?
9. Найти дивергенции и роторы векторов  $\vec{a} \times \vec{r}$  и  $\vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{r})$  ( $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  - постоянные векторы).
10. Найти работу, которую необходимо совершить для перемещения точечного заряда  $q$  из бесконечности в центр однородно заряженного диэлектрического шара (зарядом  $Q$  и радиусом  $R$ ).
11. Определить квадрупольный момент системы зарядов (см. рисунок). Использовать определение квадрупольного момента и выражение для плотности точечного заряда через  $\delta$  - функцию.



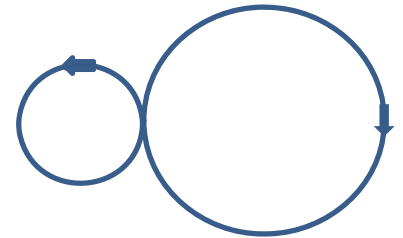
12. Упростить выражение  $\text{rot}(\vec{r}\phi(\vec{r}))$ , в котором  $\phi(\vec{r})$  - произвольная скалярная функция.
13. Внутри объёма  $V$  вектор  $\vec{A}$  удовлетворяет условию:  $\text{div}\vec{A} = 0$ , причём, на границе этого объёма  $A_n|_{\partial V} = 0$ . Доказать, что

$$\int_V \vec{A}(\vec{r}) dV = 0.$$

Подсказка: воспользуйтесь тождеством  $\nabla \cdot ((\vec{b} \cdot \vec{r})\vec{A}) = (\vec{b} \cdot \vec{r}) \nabla \cdot \vec{A} + \vec{A} \cdot \vec{b}$ , где  $\vec{b}$  - произвольный постоянный вектор.

14. Имеется тонкая равномерно заряженная сфера с поверхностной плотностью заряда  $\sigma$  и радиусом  $R$ , из которой вырезано маленькое отверстие радиусом  $a \ll R$ . Определить потенциал поля, создаваемого сферой во внешнем пространстве. Какая сила будет действовать на точечный заряд  $q$ , помещённый в центр сферы?
15. Три одинаковых заряда  $q$  скреплены лёгкими нерастяжимыми нитями длины  $\ell$ . Массы зарядов одинаковы. Одну из нитей пережигают. Определить: 1) силу натяжения каждой из нитей до пережигания; 2) скорость среднего заряда в тот момент, когда заряды образуют прямую линию.
16. Покажите, что если скалярная функция  $\psi(\vec{r})$  удовлетворяет уравнению Гельмгольца  $\Delta\psi + k^2\psi = 0$ , то векторная функция  $\vec{M} = \text{rot}(\vec{a}\psi(\vec{r}))$  также удовлетворяет уравнению Гельмгольца ( $k^2, \vec{a}$  - постоянные,  $\Delta$  - оператор Лапласа).

17. Вычислить циркуляцию вектора  $\vec{A} = \frac{1}{2} \vec{\omega} \times \vec{r}$  ( $\vec{\omega}$  - постоянный вектор) вдоль контура, представляющего собой «восьмёрку» из двух окружностей радиусами  $a$  и  $b$ ,  $a < b$ . Подсказка: используйте теорему Стокса.



18. Имеется плоская достаточно широкая однородно заряженная ( $\rho$  - плотность заряда) пластина толщиной  $d$ . Определить зависимость напряжённости поля от координат и построить график этой зависимости.
19. Покажите, что дипольный момент любого сферически симметричного распределения заряда равен нулю (Подсказка: если начало координат поместить в центр симметрии системы таких зарядов, то плотность заряда будет функцией только от расстояния точки наблюдения до начала координат).
20. Определить, является ли векторное поле  $\vec{A}(x, y, z) = xy\vec{i} + 2y\vec{j} - z\vec{k}$  вихревым?
21. Пусть дано векторное поле  $\vec{A} = \vec{a} \times \vec{r}$ , где  $\vec{a}$  - постоянный вектор. Найти производную вектора  $\vec{A}$  по направлению единичного вектора  $\vec{b} \perp \vec{a}$ .
22. Общее решение уравнения Пуассона для финитного распределения заряда допускает представление в виде ряда по степеням обратного расстояния от системы зарядов до точки наблюдения (т.н. «мультипольное разложение»). Найти соответствующее ему разложение для напряжённости электрического поля.
23. Используя теорему Гаусса, выведите формулу для ёмкости плоского конденсатора, считая поле между обкладками однородным ( $S, Q$ , и  $d$  - площадь обкладок, заряд конденсатора и расстояние между обкладками).
24. Является ли векторное поле  $\vec{A}(\vec{r}) = xz^2\vec{i} + yx^2\vec{j} + zy^2\vec{k}$  потенциальным? Ответ обосновать.

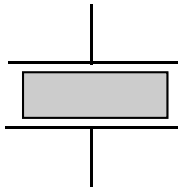
25. Потенциал, создаваемый в пространстве некоторым распределением зарядов, имеет вид:  $\varphi(\vec{r}) = a(x^2 + y^2) - z$ . Найти угол, который образует напряжённость  $\vec{E}$  электрического поля с осью  $OX$  в точке  $\vec{r} = (-1, 2, 0)$ .
26. Определить момент сил, действующий на диполь  $\vec{d} = ql$ , со стороны точечного заряда  $Q$ , находящегося на расстоянии  $R \gg l$  от диполя. Проанализировать его зависимость от ориентации диполя по отношению к вектору  $\vec{R}$ .
27. Шесть одинаковых зарядов  $Q$  расположены в пространстве, образуя вершины правильного шестиугольника со стороной  $a$ . На сколько изменится энергия системы зарядов, если в двух соседних вершинах поменять заряды на противоположные?
28. Какое из нижеприведённых тождеств основано на теореме о свёртке для тензора Леви-Чивиты ( $\varepsilon_{ikl}\varepsilon_{lmn} = \delta_{in}\delta_{kl} - \delta_{in}\delta_{km}$ )? Ответ пояснить.
- А)  $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) - \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A})$  ;
- Б)  $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) + \vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{A}) + \vec{C} \times (\vec{A} \times \vec{B}) = 0$  ;
- В)  $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})\vec{B} - (\vec{A} \cdot \vec{B})\vec{C}$  ;
- Г)  $\vec{B} \cdot (\vec{A} \times \vec{C}) + \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = 0$ .
29. Является ли поле  $\vec{F} = x(y^2 + z^2)\vec{i} + y(z^2 + x^2)\vec{j} + z(y^2 + x^2)\vec{k}$  потенциальным?
30. Определить силу взаимодействия между диполем  $\vec{d} = ql$  и точечным зарядом  $Q$ , находящимся на расстоянии  $R \gg l$  от диполя. Проанализировать ее зависимость от ориентации диполя. Воспользуйтесь мультипольным разложением.
31. Две тонкие однородно заряженные нити с линейными плотностями зарядов  $\gamma$  и  $-\gamma$  расположены на расстоянии  $L$  в пространстве параллельно друг другу. Какую работу необходимо совершить, чтобы переместить из бесконечности точечный заряд  $Q$  в точку, находящуюся: а) посередине между нитями? б) на расстоянии  $L/2$  и  $3L/2$  от первой и второй нитей соответственно?
32. Покажите, что любое решение уравнения  $\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) - k^2 \vec{A} = 0$  автоматически удовлетворяет уравнению Гельмгольца  $\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = 0$  и условию соленоидальности  $\nabla \cdot \vec{A} = 0$ .
33. Какое слагаемое потеряно в правой части каждого из следующих тождеств:
- $$0 = \vec{G} \times (\nabla \times \vec{F}) + \vec{F} \times (\nabla \times \vec{G}) + (\vec{G} \cdot \nabla)\vec{F} + (\vec{F} \cdot \nabla)\vec{G} + \dots ,$$
- $$0 = \nabla \times (\varphi \vec{A}) - \nabla \varphi \times \vec{A} + \dots ?$$
34. Три одинаковых заряда  $q$  скреплены двумя лёгкими нерастяжимыми нитями длины  $\ell$ . Третью сторону треугольника образует упругая резинка жёсткостью  $\kappa$ , которая в нерастянутом состоянии имеет такую же длину. Определить, насколько растянется резиновый жгут. Рассмотрите случаи, когда удлинение  $\Delta \ell \ll \ell$  и когда  $\Delta \ell \sim \ell$ .
35. Имеются две непересекающиеся финитные области пространства,  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ , в каждой из которых распределён заряд с плотностями  $\rho_1$  и  $\rho_2$ . Обозначим потенциалы полей, создаваемых этими распределениями по отдельности,  $\phi_1$  и  $\phi_2$  соответственно. Показать, что

$$\int_{\Omega_1} \rho_1 \phi_2 dV = \int_{\Omega_2} \rho_2 \phi_1 dV .$$

Какова физическая интерпретация этого результата?



7. Дать определение кинетического импульса частицы в релятивистской механике. При каких условиях это выражение переходит в ньютоновское?
8. Написать дисперсионное уравнение (выражающее зависимость частоты от волнового вектора) для электромагнитного поля, распространяющегося в однородном изотропном диэлектрике согласно уравнению Д'Аламбера:  $\Delta \vec{E} - \frac{\epsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$ ,  $\Delta \vec{H} - \frac{\epsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$ .
9. Объяснить на основе формул Френеля, почему при отражении ЭМВ от оптически более плотной среды фаза волны приобретает дополнительное слагаемое  $\pm\pi$  (рассмотрите нормальное падение на границу).
10. Записать граничные условия для напряженности  $\vec{E}$  и индукции  $\vec{D}$  на границе раздела двух диэлектриков с проницаемостями  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ .
11. Используя выражение для функции Лагранжа свободной релятивистской частицы, найти ее импульс и энергию.
12. Получить формулу продольного эффекта Допплера, зная, что частота и волновой вектор фотона образуют 4-вектор  $(\kappa^\mu = (\frac{\omega}{c}, \vec{k}))$ . Указание: воспользоваться формулами преобразования Лоренца.
13. Из уравнений Максвелла в пространстве, свободном от зарядов, получить векторное уравнение (Д'Аламбера) для электрической и магнитной составляющей электромагнитного поля.
14. Какая физическая величина обуславливает существование светового давления:
  - а) плотность энергии ЭМВ  $u = \frac{E^2 + H^2}{8\pi}$ ;
  - б) плотность импульса  $\vec{P} = \frac{1}{c^2} \vec{S}$ ;
  - в) вектор плотности тока  $\vec{j}$  в веществе мишени;
  - г) плотность джоулевых потерь в веществе мишени  $(\vec{E} \cdot \vec{j} = \sigma \vec{E}^2)$ ?
15. Пространство между обкладками плоского заряженного конденсатора заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ . Уменьшится или увеличится энергия поля, если убрать диэлектрик? Ответ пояснить. Что можно сказать о силе, действующей на диэлектрик в процессе его изъятия?
16. Почему в релятивистской физике не существует понятия абсолютно твердого тела?
17. Объяснить, как по характеру искривления траектории частицы в магнитном поле можно определить знак заряда этой частицы.
18. Чему равен поток индукции магнитного поля  $\vec{B}$  через площадку, ограниченную траекторией электрона, совершающего движение в этом поле?
19. Применяя формулу Лармора, определить полную интенсивность электромагнитного излучения, производимого заряженной частицей, равномерно движущейся в плоскости (x, y) по круговой траектории:  $\vec{r}(t) = (R \cos \omega t, R \sin \omega t)$ .  $R, \omega, e$  - радиус окружности, угловая скорость и заряд частицы.
20. Используя преобразование Лоренца, показать, что интервал между любой парой событий  $(x^\mu)$  и  $(\tilde{x}^\mu)$  в пространстве Минковского является релятивистским инвариантом.
21. Получить формулу поперечного эффекта Допплера, зная, что частота и волновой вектор фотона образуют 4-вектор  $k^\mu = (\frac{\omega}{c}, \vec{k})$ . Указание: воспользоваться формулами преобразований Лоренца.



22. Релятивистская частица в собственной системе отсчёта испускает два одинаковых фотона в противоположных направлениях. Рассмотрите этот процесс в лабораторной системе и покажите, что сохранение импульса будет фиксироваться и лабораторным наблюдателем. Для простоты считайте, что фотоны испускались в направлениях, параллельных скорости частицы.
23. Почему при поступательном движении контура в однородном магнитном поле индукционный ток в нем не возникает?
24. Найти векторный потенциал магнитного поля небольшого магнита с моментом  $m$ , расположенного на расстоянии  $b$  от сверхпроводящей стенки. Использовать уравнение Лондонов и граничное условие  $B_n|_{\partial V} = 0$  для магнитной индукции.
25. Используя уравнения Максвелла, докажите поперечность электромагнитных волн, распространяющихся в пространстве, свободном от зарядов.

*Типовые вопросы к экзамену:*

1. Напряженность поля, создаваемого точечным зарядом. Принцип суперпозиции электрических полей.
2. Работа силы однородного электростатического поля по перемещению электрического заряда.
3. Диэлектрическая проницаемость вещества.
4. Работа сил электрического поля при переносе заряда.
5. Сила тока. Закон Ома.
6. Зависимость электрического сопротивления от материала, длины и площади поперечного сечения проводника.
7. Электродвижущая сила источника тока. Работа тока. Мощность тока.
8. Закон Джоуля-Ленца.
9. Магнитное поле прямого и кругового тока.
10. Сила Ампера. Сила Лоренца. Применение силы Ампера и Лоренца.
11. Электрические колебания. Колебательный контур. Формула Томсона.
12. Переменный электрический ток. Рамка, вращающаяся в магнитном поле. Генератор переменного тока.
13. Трансформаторы. Электрические машины постоянного тока.
14. Резистор в цепи переменного тока. Действующее значение ЭДС, напряжения и силы тока.
15. Вынужденные колебания в цепи переменного тока. Резонанс напряжений и токов.
16. Условие излучения электромагнитных волн.
17. Формула связи интенсивности электромагнитной волны и плотности энергии.
18. Формула связи интенсивности волны с расстоянием от источника.
19. Квантовая гипотеза Планка.
20. Фотоны и их свойства. Внешний фотоэлектрический эффект.
21. Уравнение Эйнштейна.
22. Законы фотоэффекта. Внутренний фотоэффект.
23. Строение атома по Резерфорду. Ядерная модель атома.