

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Косенок Сергей Михайлович  
Должность: ректор  
Дата подписания: 18.06.2024 12:45:20  
Уникальный программный ключ:  
e3a68f3eaa1e62674b54f4998099d3d6bfdcf836

## Оценочные материалы для промежуточной аттестации по дисциплине

Теория вероятностей и математическая статистика

Код, направление подготовки	03.03.02 Физика
Направленность (профиль)	Цифровые технологии в геофизике
Форма обучения	очная
Кафедра-разработчик	Прикладной математики
Выпускающая кафедра	Экспериментальной физики

## Типовые задания для контрольной работы

1. Имеются две урны с шарами. В первой урне 5 шаров, из которых 2-белых шара и 3-черных. Во второй урне 6 шаров, из которых 3-белых шара, а 3- черных. Из первой урны случайным образом вытаскивается один шар и перекладывается во вторую урну (этот шар в дальнейшем мы будем называть «переложенным»). После этого шары во второй урне перемешивают, и из них случайным образом выбирается один шар и выбрасывается (этот шар в дальнейшем мы будем называть «выброшенным»).

1. Какова вероятность, что «выброшенный» шар - черный, если известно, что «переложенный» шар – белый?
2. Какова вероятность, что «выброшенный» шар - черный, если неизвестен цвет «переложенного» шара?
3. Какова вероятность, что «переложенный» шар - белый, если известно, что «выброшенный» шар – черный?
4. Какова вероятность, что «выброшенный» и «переложенный» шары разного цвета, если неизвестны цвета обоих шаров?
5. Какова вероятность, что «переложенный» шар - белый, если известно, что он разного цвета с «выброшенным» шаром?
6. После всего этого из первой урны было вынуто 5 шаров, причем шары вынимались по одному и с возвращением. Какова вероятность, что среди этих вынутых шаров оказалось ровно 2 белых, если известно, что «переложенный» шар – белый?

2. Имеется выборка некоторого объема, которая состоит из независимых одинаково распределенных случайных величин, имеющих нормальное распределение с неизвестным средним и неизвестной дисперсией:

0.44; 0.51; 0.38; 0.58; 0.52; 0.48; 0.27; 0.47; 0.54; 0.31; 0.36.

№ 1. Написать эмпирическую функцию распределения.

№ 2. Построить гистограмму с шагом 0.1.

№ 3. Оценить  $MX$ ,  $DX$ ,  $\rho = P(X < 0.5)$ .

№ 4. Найти доверительный интервал для  $MX$  с  $\alpha = 0.95$ ,  $DX$  с  $\alpha = 0.9$ ,  $P$  с  $\alpha = 0.99$ .

№ 5. Проверить

а)  $H_0 = \{MX = 0.5\}$  с  $H_1 = \{MX \neq 0.5\}$   $\alpha = 0.01$ .

б)  $H_0 = \{DX = 0.01\}$  с  $H_1 = \{DX \neq 0.01\}$   $\alpha = 0.05$ .

в)  $H_0 = \{P = 0.05\}$  с  $H_1 = \{P \neq 0.05\}$   $\alpha = 0.05$ .

## Типовые вопросы и практические задания для подготовки к зачету

	Вид задания
<p><i>Сформулируйте развернутые ответы на следующие теоретические вопросы (сформулировать основные определения, теоремы, свойства; привести доказательства основных теорем, продемонстрировать примеры, при необходимости проиллюстрировать ответ графиками, рисунками):</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Элементы комбинаторики.</li> <li>2. Случайные события.</li> <li>3. Классическое определение вероятности.</li> <li>4. Геометрические вероятности.</li> <li>5. Условные вероятности.</li> <li>6. Независимость событий.</li> <li>7. Общее определение вероятности.</li> <li>8. Формула полной вероятности и формула Байеса.</li> <li>9. Последовательные испытания и Схема Бернулли.</li> <li>10. Случайные величины и функции распределения.</li> <li>11. Биномиальная, пуассоновская, равномерно распределённая, экспоненциально распределённая и нормально распределённая случайные величины.</li> <li>12. Теорема Муавра-Лапласа.</li> <li>13. Числовые характеристики случайных величин.</li> <li>14. Законы распределения случайных величин.</li> <li>15. Неравенство Чебышева.</li> <li>16. Закон больших чисел.</li> <li>17. Центральная предельная теорема.</li> <li>18. Случайная выборка.</li> <li>19. Эмпирическая функция распределения.</li> <li>20. Оценка параметров распределения.</li> <li>21. Выборочные моменты.</li> <li>22. Асимптотические свойства выборочных моментов.</li> <li>23. Неравенство Рао-Крамера.</li> <li>24. Линейная корреляция.</li> <li>25. Проверка статистических гипотез.</li> <li>26. Метод максимального правдоподобия.</li> </ol>	теоретический

	Вид задания
<p>№ 1. Пусть <math>S_n</math> – число успехов в схеме Бернулли с испытаниями и вероятностью успеха <math>p = \frac{1}{3}</math>.</p> <p>а) Пусть <math>n = 1800</math>. Найти <math>P(575 &lt; S_n &lt; 635)</math>.</p> <p>б) Пусть <math>n = 1800</math>. При каком <math>x</math> <math>P(S_n \geq 635) \approx 0.6</math>?</p>	практический

в) Пусть  $n = 1800$ . При каком  $y$   $P(|S_n - 600| \leq y) \approx 0.75$  ?

г) При каком  $n$   $P\left(\frac{S_n}{n} \geq 0.4\right) \approx 0.01$  ?

№ 2. Пусть  $S_n = \xi_1 + \dots + \xi_n$ , где  $\xi_1, \xi_2, \dots$  – независимые случайные величины, причем  $\xi_i \in U[b, 3b]$ ,  $n = 400$  и  $P(S_n \geq Z) \approx 0.15$ .

а) Если  $b = \frac{1}{2}$ , то чему равно  $z$  ?

б) Если  $z = 400$ , то чему равно  $b$  ?

№ 1. Из большой партии изделий выбрали 400 штук, из них 40 бракованных изделий с доверительной вероятностью  $\alpha = 0.95$ . Определить в каком интервале находится процент брака в этой партии?

№ 2. Тренер баскетбольной команды хочет принять игрока с учетом того, чтобы с вероятностью  $\alpha = 0.95$  процент удачного попадания в корзину был выше 70%. Сколько раз из 100 подбрасываний выбранный баскетболист должен попасть в корзину, чтобы его приняли в команду?

№ 3. Были проведены 100 независимых испытаний, по которым найдена относительная частота  $\frac{m}{n} = 0.14$ . Проверить нулевую гипотезу  $H_0 = \{p = p_0 = 0.2\}$  при конкурирующей гипотезе  $H_1 = \{p \neq 0.2\}$  при уровне значимости 0,05.

№ 4. Сырье, поступающее на завод из карьера, содержит два полезных компонента – минералы  $A$  и  $B$ . Результаты анализов пятнадцати образцов сырья, поступившего в разное время из разных мест карьера, приведены в таблице, где  $\xi_i$  и  $\zeta_i$  – выборочные значения пары случайных величин  $\xi$  и  $\zeta$ , выражающих соответственно процентное содержание минералов  $A$  и  $B$  в образцах. Найти коэффициент корреляции этих случайных величин.

$\xi_i$	67	54	72	64	39	22	58	43	46	34	60	50	45	55	53
$\zeta_i$	24	15	23	19	16	11	20	16	17	13	20	15	12	22	23